



ASOCIACION ARGENTINA  
DE ECONOMIA POLITICA

ANALES | ASOCIACION ARGENTINA DE ECONOMIA POLITICA

# LI Reunión Anual

Noviembre de 2016

ISSN 1852-0022

ISBN 978-987-28590-4-6

El rol de las escuelas públicas y privadas en la igualdad de oportunidades en Argentina. Un análisis de dominancia estocástica.

**Serio, Monserrat**

# El rol de las escuelas públicas y privadas en la igualdad de oportunidades en Argentina. Un análisis de dominancia estocástica.

Monserrat Serio<sup>†\*</sup>

## Resumen

Este estudio explora la existencia de igualdad de oportunidades entre alumnos que asisten a distintos tipos de establecimientos en Argentina. Se analiza si las diferencias en el desempeño educativo entre escuelas públicas y privadas se mantienen incluso controlando por variables asociadas a características familiares y del colegio del alumno. Para ello, se estiman diferentes distribuciones de desempeño a partir de los datos de PISA y se las compara utilizando principios de dominancia estocástica. Los principales resultados sugieren que los alumnos de la escuela pública no pueden igualar en oportunidades a los alumnos de escuelas privadas, aun presentando similares circunstancias.

## Abstract

This paper explores the existence of equality of opportunity on education among students from different types of schools in Argentina. We analyze the differences on educational performance between students of public and private schools controlling by family background and school variables. Different test score distributions are estimated based on PISA data and they are compared each other through stochastic dominance criteria. We do not find evidence in favor of equality of opportunity between public and private school students. Moreover, students of public and private schools with similar circumstances cannot match opportunities either.

**Palabras claves:** educación; desigualdad de oportunidades; dominancia estocástica; Argentina.

**Códigos JEL:** I24, D39, D63, C14.

---

<sup>†</sup>Becaria CONICET - UNCuyo – UNLP. Correo electrónico: [monserrat.serio@fce.uncu.edu.ar](mailto:monserrat.serio@fce.uncu.edu.ar).

<sup>\*</sup>El presente trabajo es parte de la tesis de Doctorado en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. Agradezco los comentarios recibidos en los seminarios del doctorado así también los comentarios y sugerencias de Mariana Marchionni y Leonardo Gasparini. También agradezco las observaciones de M. Florencia Gabrielli y Roberto Latorre. Los errores y omisiones son exclusiva responsabilidad de la autora.

# 1. Introducción

Argentina ha experimentando importantes cambios en su sistema educativo durante los últimos años. La participación del sector privado en la matrícula total de alumnos ha aumentado considerablemente. Según datos de los anuarios estadísticos de la DINIECE (2015) la cantidad de alumnos en establecimientos públicos aumentó, entre 2000 y 2014, un 11 % mientras que la cantidad de alumnos en colegios privados se duplicó (un aumento de alrededor del 20 %). A su vez ha habido un cambio en la composición de los alumnos en las escuelas públicas. Los alumnos que pertenecen a estratos socioeconómico medios y altos se han volcado a la educación privada, generando así una mayor segregación escolar por nivel socioeconómico (Gasparini *et al.*, 2011).

Asimismo, en general, el desempeño educativo de los alumnos que asisten a escuelas privadas, es en promedio más alto respecto a aquellos que asisten a escuelas públicas. El Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) realizado en el año 2012 ofrece un primer panorama sobre estas diferencias. Los datos de Argentina muestran que los puntajes promedios de matemática, lectura y ciencia de los alumnos que asisten a establecimientos educativos privados son alrededor de 20 puntos porcentuales más altos que los puntajes de los alumnos de las escuelas públicas.

Estas diferencias entre escuelas públicas y privadas pueden ser una fuente de desigualdad de oportunidades si: a) el acceso a la educación privada discrimina por condición socioeconómica, y b) la “calidad educativa” es mayor en la escuela privada. Este estudio tiene como objetivo analizar si en Argentina la escuela pública continúa teniendo el rol igualador de oportunidades que la sociedad le ha asociado históricamente; examinar si las diferencias en el desempeño educativo entre escuelas públicas y privadas se mantienen en el caso de alumnos que se esfuerzan igual; y verificar si estas diferencias continúan incluso controlando por otras variables asociadas a características familiares y contexto educativo del alumno. Para ello se comparan distribuciones de resultados educativos de distintos grupos de alumnos condicionando por un conjunto de variables de circunstancias y esfuerzo.

Siguiendo a Roemer (1998), se considera que el esfuerzo es controlable por los individuos, que las circunstancias son exógenas al individuo y que ambos tipos de factores afectan la distribución de resultados de los individuos. Teniendo en cuenta esto, se entiende por igualdad de oportunidades (IOP) a una situación donde dos grupos de alumnos que solo difieren en circunstancias tienen las mismas probabilidades de alcanzar determinados resultados educativos. Es decir, una situación donde la función de distribución acumulada del desempeño educativo es independiente de las circunstancias de los alumnos. Esta definición implica un criterio fuerte ya que, básicamente, plantea que las distribuciones condicionadas de diferentes grupos de alumnos sean iguales. En la realidad son pocos los casos donde dichas funciones resultan iguales y, por eso, también se consideran otras definiciones más débiles de IOP, como por ejemplo las propuestas por Lefranc *et al.* (2009). Estas definiciones postulan que existe IOP si no es posible preferir una distribución de resultados educativos de un grupo sobre otra utilizando criterios de dominancia estocástica.

A partir de la teoría de Roemer han surgido diversos trabajos empíricos que intentan analizar la igualdad de oportunidades en ingreso, consumo, educación, entre otras dimensiones. Algunos corresponden a estudios no paramétricos como Peragine (2004); Checchi y Peragine (2005, 2010); Lefranc *et al.* (2009). Otros paramétricos como Bourguignon *et al.* (2007, 2013), Ferreira *et al.* (2011), Björklund *et al.* (2012), Gamboa y Waltenberg (2012), Singh (2012). Asimismo, algunos como Ferreira y Gignoux (2011) analizan la desigualdad de oportunidades paramétrica y no paramétricamente.<sup>1</sup> Aquí se realiza un análisis no paramétrico siguiendo básicamente los trabajos de Checchi y Peragine (2005) y Lefranc *et al.* (2009).

En particular, Checchi y Peragine (2005) proponen dividir a la población en grupos de

---

<sup>1</sup>Una síntesis de los principales análisis empíricos se puede encontrar en Roemer y Trannoy (2015).

individuos que comparten las mismas circunstancias. Estos grupos se conocen en la literatura como “types”. Lefranc *et al.* (2009), retoman esta idea y proveen condiciones necesarias y suficientes para la existencia de IOP ya sea en sentido fuerte o débil a partir de distribuciones condicionadas. Utilizan principios de dominancia estocástica de primer orden y segundo orden e incorporan al análisis la suerte de los individuos como una forma de riesgo. En su aplicación empírica utilizan datos de ingresos de Francia de los años 1979-2000. Encuentran que la herencia social es una relevante fuente de desigualdad en Francia y sus resultados sugieren que no hay evidencia significativa para que exista la IOP en ingresos.

Por otro lado, si bien la teoría de Roemer postula el esfuerzo como un factor relevante en la distribución de resultados, gran parte de la literatura empírica se ha concentrado en analizar la IOP a partir de las circunstancias de los individuos. Ravallion (2015) se enfoca en el rol del esfuerzo individual en la teoría de distribución. El autor explora las implicaciones de medir la desigualdad (ya sea de resultados o de oportunidades) explotando la heterogeneidad de los esfuerzos individuales. Encuentra que ajustando por el esfuerzo la desigualdad es menor aunque el efecto de dicho factor es muy pequeño y señala que en un principio la dirección del sesgo de este factor puede no ser obvia.

Este trabajo analiza la igualdad de oportunidades entre alumnos de escuelas públicas y privadas en Argentina teniendo en cuenta las circunstancias así como el esfuerzo individual de los mismos. Como resultados educativos se toman los puntajes de las pruebas PISA de matemática, lectura y ciencia. Las variables de circunstancias, asociadas a factores no aceptables, que se consideran son: el tipo de establecimiento (público, privado subvencionado, privado independiente), el nivel educativo máximo alcanzado por los padres del alumno, el nivel socioeconómico cultural familiar y el clima educativo del colegio. Cabe señalar que incorporar medidas de esfuerzo empíricamente no resulta una tarea sencilla. Principalmente, esto se debe a que en general las bases de datos no proveen información adecuada sobre los esfuerzos individuales. A pesar de ello, en el caso de la educación cuando la base de datos es muy completa es posible trabajar con alguna aproximación del esfuerzo individual del alumno. Por ejemplo, se puede tomar la cantidad de horas que dedica a estudiar una materia ya que esto puede implicar un mayor o menor esfuerzo individual.

Las siguientes secciones se organizan de la siguiente manera: en la sección 2 se presenta la metodología a utilizar, en la sección 3 se describen los datos y en la sección 4 se exhiben los principales resultados. En la sección 5 se presentan las principales conclusiones del trabajo.

## 2. Metodología

En esta sección se presenta una definición fuerte de IOP y definiciones más débiles que se tendrán en cuenta en este estudio. Luego, se exponen los criterios de dominancia estocástica para analizar la existencia de IOP, el método de estimación, las pruebas de hipótesis a testear y la forma en que se procederá a comparar las distintas distribuciones de resultados educativos.

### 2.1. Marco teórico

Se supone la siguiente función de resultados educativos:

$$y = g(X, e, \theta)$$

donde  $y$  es el desempeño educativo de los alumnos,  $X$  es un conjunto de variables de circunstancias,  $e$  es el esfuerzo del alumno y  $\theta$  es una variable aleatoria (asociada a la suerte del individuo).

La teoría de IOP se basa en analizar cuáles son los factores que generan la distribución de resultados de los individuos. Como ya se ha mencionado estos factores se pueden dividir en esfuerzo y circunstancias. La desigualdad generada por estos últimos es la proporción de la desigualdad total que es socialmente no deseable (no aceptable). La IOP existe si las distribuciones de resultados son independientes de las circunstancias. Es decir, cuando la desigualdad observada es resultado de los distintos esfuerzos de los individuos y la “suerte”.<sup>2</sup>

Formalmente, existirá IOP en sentido fuerte si dos grupos de alumnos que en lo único que difieren es en sus circunstancias, presentan las mismas probabilidades de obtener los diferentes resultados educativos  $y$ . Esto es,

**Definición 1.** Existe IOP en sentido fuerte (IOP-F) si y solo si:

$$\forall(X, X') \forall e \forall \theta, F(\cdot | X, e, \theta) = F(\cdot | X', e, \theta)$$

donde  $X \neq X'$ .

Sin embargo, esta definición es bastante restrictiva ya que en la realidad es poco probable encontrar dos funciones de distribución acumuladas exactamente iguales. Con lo cual, esta definición no brinda un margen para actuar empíricamente. Una alternativa es trabajar con definiciones más débiles de IOP. Para ello es necesario tener en cuenta criterios más débiles que permitan comparar y ordenar las funciones de distribuciones acumuladas según alguna relación de preferencia. Uno de esos criterios es el criterio de dominancia estocástica de primer orden (DEPO) que permite concluir si una distribución es preferida a la otra.<sup>3</sup>

Si se suponen dos distribuciones A y B, se dice que si  $F_A$  domina estrictamente a  $F_B$  en sentido estocástico de primer orden entonces  $F_A < F_B$  para todo  $y$ . Se puede observar de inmediato que  $F_A \neq F_B$  y no se cumple con la definición de IOP-F entre A y B sugiriendo que no existe IOP. Sin embargo, la ausencia de dominancia estocástica de primer orden, no brinda un criterio adecuado para asegurar IOP. Por ejemplo, si tenemos dos distribuciones acumuladas,  $F_A$  y  $F_B$  cuyas curvas se cortan entre sí de tal manera que A no domina a B y viceversa, en este caso no habría DEPO y entonces según el criterio anterior podríamos decir que existe IOP-F cuando en realidad no se estaría dando dicha igualdad. Por otra parte, podría suceder que la distribución de alumnos del grupo A domine a la distribución de alumnos del grupo B hasta el resultado  $y$  más alto y para el resultado más alto sean los alumnos con más suerte del grupo B los que presenten más probabilidades de obtener al menos dicho resultado respecto de los alumnos del grupo A. Es decir, en un primer momento los alumnos del grupo A tienen más ventajas sobre los alumnos del grupo B, y luego son los alumnos con más suerte del grupo B los que presentan más ventajas respecto de los demás. Si la suerte aún no está repartida entre los alumnos, la relación de preferencia entre las distribuciones no resulta obvia. En algunos casos podrían ser indiferentes y en otros no. Es así que necesitamos un criterio que considere este tipo de situaciones e incluya la noción de riesgo de las distribuciones. Este criterio es el criterio de dominancia estocástica de segundo orden (DESO).<sup>4</sup> Suponiendo aversión al riesgo, la distribución A DESO a la distribución B, si A es menos riesgosa y las ventajas son al menos tan buenas que en B (valor esperado).<sup>5</sup>

<sup>2</sup>Para un análisis más detallado del rol de la suerte en la teoría de igualdad de oportunidades ver Lefranc *et al.* (2009).

<sup>3</sup>Sean  $F_A$  y  $F_B$  dos distribuciones de probabilidad acumulada,  $F_A$  DEPO a  $F_B$  si y solo si A es al menos tan preferida como B bajo cualquier función de utilidad no decreciente ( $u$ ); esto es,  $\int u(y) dF_A \geq \int u(y) dF_B$ . Si la dominancia es estricta entonces A es estrictamente preferida a B.

<sup>4</sup>Asumiendo que el decisor maximizador de utilidad esperada es averso al riesgo,  $F_A$  DESO a  $F_B$  si y solo si A es al menos tan preferida como B bajo cualquier función de utilidad no decreciente cóncava ( $u$ ). Si  $\int y dF_A = \int y dF_B$ , esto es que  $\int u(y) dF_A \geq \int u(y) dF_B$ . Si la dominancia es estricta entonces A es estrictamente preferida a B.

<sup>5</sup>En este estudio, la noción de riesgo es asociada a las desigualdades dentro de cada grupo proveniente de la influencia conjunta de la suerte y otras variables de esfuerzo o circunstancias no observadas.

Lefranc *et al.* (2009), proponen tres definiciones de igualdad de oportunidades más débiles que IOP-F basándose en la dominancia estocástica de segundo orden (DESO). Siguiendo estas definiciones se establece que:

**Definición 2.** IOP-D1 La igualdad de oportunidades débil bajo aversión al riesgo se cumple si y solo si:

$$\forall X \neq X' \forall e \forall \theta, F(\cdot | X, e, \theta) \not\prec_{DESO} F(\cdot | X', e, \theta).$$

Esta definición indica que habrá IOP cuando cualquiera sea el esfuerzo realizado o  $\theta$  no sea posible ordenar las ventajas ofrecidas por los distintos grupos siguiendo el criterio de dominancia estocástica de segundo orden. Esta definición de IOP ofrece reglas de decisión ya que la distribución  $F(\cdot | X, e, \theta)$  será preferida a la distribución  $F(\cdot | X', e, \theta)$  considerando una función de bienestar creciente y cóncava si y solo si  $F(\cdot | X, e, \theta) \succ_{DESO} F(\cdot | X', e, \theta)$ .

**Definición 3.** IOP-D2 La igualdad de oportunidades (más) débil se cumple si y solo si:

$$\nexists (X, X') \forall e \forall \theta, F(\cdot | X, e, \theta) \succeq_{DESO} F(\cdot | X', e, \theta), \text{ y}$$

$$\exists e \text{ tal que: } F(\cdot | X, e, \theta) \succ_{DESO} F(\cdot | X', e, \theta) \text{ y/o}$$

$$\exists \theta \text{ tal que: } F(\cdot | X, e, \theta) \succ_{DESO} F(\cdot | X', e, \theta).$$

Esta segunda definición de igualdad de oportunidades en sentido débil (IOP-D2) es menos restrictiva que la anterior ya que permite que exista un nivel de esfuerzo/suerte para el cual uno de los grupos presente ventajas sobre el otro. La idea es que el mismo grupo con ventajas para un nivel de esfuerzo/suerte corra con desventaja por lo menos para algún otro nivel de esfuerzo/suerte. De esta manera, mientras que el esfuerzo no sea escogido y/o la suerte realizada ningún grupo será preferido a otro.

Ahora bien en la práctica no se observan completamente las circunstancias sino que se observan parcialmente; por ello es que se brinda una tercera definición más débil que tiene en cuenta solo las circunstancias observadas,  $X_1$ .

**Definición 4.** IOP-D3 Cuando las circunstancias son parcialmente observadas, la igualdad de oportunidades (más) débil se define como:

$$\nexists (X_1, X'_1) \text{ tal que: } \forall (X_2, X'_2), \forall e, \forall \theta,$$

$$F(\cdot | X_1, X_2, e, \theta) \succ_{DESO} F(\cdot | X'_1, X'_2, e, \theta)$$

donde  $X_1$  son las circunstancias parcialmente observadas y  $X_2$  son las no observadas.

## 2.2. Condiciones necesarias y suficientes para la existencia de IOP

Para proveer condiciones necesarias y suficientes para la existencia de IOP, es preciso plantear algunos criterios de aplicación. Lefranc *et al.* (2009) proponen criterios de implementación (CI) para dos situaciones: (1) cuando el esfuerzo no es observado y (2) cuando el esfuerzo no es observado y las circunstancias son parcialmente observadas:

1. *Circunstancias (X) observadas, esfuerzo (e) y  $\theta$  no observados.*

CI1: El primer criterio de aplicación para IOP es que las distribuciones condicionadas sean iguales. Es decir, CI1 se satisface si y solo si

$$\forall (X, X'), F(\cdot | X) = F(\cdot | X'). \quad (1)$$

Si  $e$  y  $\theta$  son independientes de  $X$  entonces: IOP-F  $\Rightarrow$  CI1. Esto es, CI1 es una condición necesaria pero no suficiente para IOP-F.

CI2: El segundo criterio de aplicación se cumple si y solo si:

$$\forall X \neq X' F(\cdot | X) \not\sim_{DESO} F(\cdot | X'). \quad (2)$$

Si  $e$  y  $\theta$  son independientes de  $X$  entonces CI2 es una condición suficiente para IOP-D2.

2. *Circunstancias ( $X$ ) observadas parcialmente, esfuerzo ( $e$ ) y  $\theta$  no observados.*

Si  $e$  y  $\theta$  son independientes de  $X$  entonces CI2 es condición suficiente para IOP-D3.

Aquí contemplamos una tercer situación donde el esfuerzo y las circunstancias son parcialmente observados obteniendo así los siguientes criterios:

3. *Circunstancias ( $X$ ) y esfuerzo ( $e$ ) observados parcialmente y  $\theta$  no observado.*

CI1bis: El criterio se satisface si y solo si:

$$\forall (X_1, X'_1), F(\cdot | X_1, e_1) = F(\cdot | X'_1, e_1). \quad (3)$$

donde  $e = (e_1, e_2)$ ,  $e_1$  es observado y  $e_2$  no,  $X = (X_1, X_2)$ ,  $X_1$  se observa y  $X_2$  no se observa. Si  $\theta$  es independiente de  $X$  y  $e$ , y además  $e_1$  es independiente de  $X_2$  y  $e_2$  entonces: IOP-F  $\Rightarrow$  CI1bis. Esto es, CI1bis es una condición necesaria pero no suficiente para IOP-F.

### **Demostración:**

Si IOP-F se satisface tenemos que  $\forall (X_1, X'_1), \forall (X_2, X'_2), \forall e_1, e_2, \forall \theta$  y  $\forall y$

$$F(y | X_1, X_2, e_1, e_2, \theta) = F(y | X'_1, X'_2, e_1, e_2, \theta).$$

Esto es:

$$F(y | X, e, \theta) = F(y | X', e, \theta).$$

Si  $\forall X, \forall e, H(\theta | e, X) = H(\theta)$  entonces a partir de IOP-F

$$P(y \leq y | X = \bar{X}, e = \bar{e}, \theta = \bar{\theta}) = P(y \leq y | X' = \bar{X}', e = \bar{e}, \theta = \bar{\theta})$$

$$\frac{P(y \leq y, X = \bar{X}, e = \bar{e}, \theta = \bar{\theta})}{P(X = \bar{X}, e = \bar{e})P(\theta = \bar{\theta})} = \frac{P(y \leq y, X' = \bar{X}', e = \bar{e}, \theta = \bar{\theta})}{P(X' = \bar{X}', e = \bar{e})P(\theta = \bar{\theta})}$$

$$\frac{P(y \leq y, X = \bar{X}, e = \bar{e}, \theta = \bar{\theta})}{P(X = \bar{X}, e = \bar{e})} = \frac{P(y \leq y, X' = \bar{X}', e = \bar{e}, \theta = \bar{\theta})}{P(X' = \bar{X}', e = \bar{e})}$$

$$P(y \leq y, \theta = \bar{\theta} | X = \bar{X}, e = \bar{e}) = P(y \leq y, \theta = \bar{\theta} | X' = \bar{X}', e = \bar{e})$$

e integrando sobre los valores de  $\bar{\theta}$ :

$$\int P(y \leq y, \theta = \bar{\theta} \mid X = \bar{X}, e = \bar{e}) d\bar{\theta} = \int P(y \leq y, \theta = \bar{\theta} \mid X' = \bar{X}', e = \bar{e}) d\bar{\theta}$$

$$P(y \leq y \mid X = \bar{X}, e = \bar{e}) = P(y \leq y \mid X' = \bar{X}', e = \bar{e}),$$

se tiene que:<sup>6</sup>

$$F(y \mid X, e) = F(y \mid X', e).$$

Esto es,

$$F(y \mid X_1, X_2, e_1, e_2) = F(y \mid X'_1, X'_2, e_1, e_2).$$

Luego, si  $e_2$  es independiente de  $e_1$  y las circunstancias  $(X_1, X_2)$ , de manera similar integrando sobre los valores de  $e_2$  se obtiene que:

$$\forall (X_1, X'_1), \forall (X_2, X'_2), \forall e_1, F(y \mid X_1, X_2, e_1) = F(y \mid X'_1, X'_2, e_1).$$

Si  $X_2$  y  $X'_2$  son independientes de  $e_1$ , integrando se obtiene que:

$$\forall (X_1, X'_1), \forall e_1, F(y \mid X_1, e_1) = F(y \mid X'_1, e_1).$$

A diferencia de los otros CI, es posible relajar algunos de los supuestos sobre  $e$  y  $X$ . En ningún momento de la demostración se realizan supuestos sobre la relación entre  $e_1$  y  $X_1$ . Con lo cual este criterio permite que el esfuerzo del alumno pueda o no estar relacionado con las circunstancias observadas. En la práctica, esto es una ventaja ya que algunas variables proxy del esfuerzo como el tiempo de estudio puede estar asociada en parte con el entorno del alumno observado. Por otra parte, se supone que  $e_2$  son variables que dependen estrictamente del alumno, es decir, que son controlables por él y no dependen de otras circunstancias o decisiones. En cuanto al supuesto de independencia de  $\theta$ , en el modelo se plantea que este término refleja la aleatoriedad de los resultados (la suerte de los alumnos) cuestión que, en principio, no se contrapone con esta suposición.

En cuanto a,

CI2bis: El criterio de implementación se cumple si y solo si:

$$\forall X_1 \neq X'_1, F(\cdot \mid X_1, e_1) \not\equiv_{DESO} F(\cdot \mid X'_1, e_1). \quad (4)$$

Si  $\theta$  es independiente de  $X$  y  $e$  y además  $X_2$  y  $e_2$  son independientes de  $X_1, e_1$  entonces: CI2bis es una condición suficiente para IOP-D3.

### **Demostración:**

<sup>6</sup>Algo similar se obtiene a partir de funciones de densidad,

$$f(y \mid X, e, \theta) = f(y \mid X', e, \theta) \Rightarrow \frac{f(y, X, e, \theta)}{f(X, e)f(\theta)} = \frac{f(y, X', e, \theta)}{f(X', e)f(\theta)}.$$

Integrando,

$$\int \frac{f(y, X, e, \theta)}{f(X, e)} d\theta = \int \frac{f(y, X', e, \theta)}{f(X', e)} d\theta \Rightarrow \frac{f(y, X, e)}{f(X, e)} = \frac{f(y, X', e)}{f(X', e)} \Rightarrow f(y \mid X, e) = f(y \mid X', e).$$

Si negamos IOP-D3 y  $\exists (X_1, X'_1)$  tal que:  $\forall (X_2, X'_2), \forall (e_1, e_2), \forall \theta$ ,

$$F(\cdot | X_1, X_2, e_1, e_2, \theta) \succ_{DESO} F(\cdot | X'_1, X'_2, e_1, e_2, \theta).$$

Integrando la relación de dominancia sobre  $\theta$  y dado que  $\theta$  es independiente de  $X$  y  $e$ :

$$F(\cdot | X_1, X_2, e_1, e_2) \succ_{DESO} F(\cdot | X'_1, X'_2, e_1, e_2).$$

Integrando sobre  $e_2$  y  $X_2$  dado que son independientes de  $X_1$  y  $e_1$ :

$$F(\cdot | X_1, e_1) \succ_{DESO} F(\cdot | X'_1, e_1)$$

entonces CI2bis no se cumple.

### 2.3. Test de igualdad de oportunidades

Una vez establecidas las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de IOP se prueba, a partir de los datos, cuáles de ellas se satisfacen y cuáles no. El objetivo es llevar a cabo una serie de tests que brinden información si entre dos grupos de alumnos que realizan un esfuerzo similar y que difieren en circunstancias están o no dadas las condiciones para IOP.

Las hipótesis nula a testear son:

- 1)  $H_0$ : Las distribuciones correspondiente a los grupos  $(X_1, e_1)$  y  $(X'_1, e_1)$  son iguales. Es decir,  $F(\cdot | X_1, e_1) = F(\cdot | X'_1, e_1)$ .
- 2)  $H_0$ : La distribución del grupo  $(X_1, e_1)$  DEPO a la distribución del grupo  $(X'_1, e_1)$ . Es decir,  $F(\cdot | X_1, e_1) \succ_{DEPO} F(\cdot | X'_1, e_1)$ .
- 3)  $H_0$ : La distribución del grupo  $(X_1, e_1)$  DESO a la distribución del grupo  $(X'_1, e_1)$ . Es decir,  $F(\cdot | X_1, e_1) \succ_{DESO} F(\cdot | X'_1, e_1)$ .

Entonces:

- a. Si no se rechaza la hipótesis nula del test (1), se asume que se satisface el CI1bis y se cumple con la condición necesaria para que exista igualdad de oportunidades.

Cualquier otro caso:

- b. Si los test (2) y (3) sugieren dominancia estocástica estricta de una distribución sobre la otra, es decir,

$$F(\cdot | X_1, e_1) \succ_{DESO} F(\cdot | X'_1, e_1) \text{ y } F(\cdot | X'_1, e_1) \not\prec_{DESO} F(\cdot | X_1, e_1),$$

no se cumple con los criterios CI1bis e CI2bis lo que sugiere que no existe igualdad de oportunidades al no cumplirse ninguna de las condiciones necesaria o suficiente.

- c. Si a partir del test (3) se rechaza la dominancia de cada distribución sobre la otra

$$F(\cdot | X_1, e_1) \not\prec_{DESO} F(\cdot | X'_1, e_1) \text{ y } F(\cdot | X'_1, e_1) \not\prec_{DESO} F(\cdot | X_1, e_1),$$

el CI2bis se satisface pero no el CI1bis, de esta manera se cumple con la condición suficiente para que exista igualdad de oportunidades en sentido débil.

- d. Si los test (2) y (3) sugieren que ambas distribuciones se dominan entre si,

$$F(\cdot | X_1, e_1) \succeq_{DESO} F(\cdot | X'_1, e_1) \text{ y } F(\cdot | X'_1, e_1) \succeq_{DESO} F(\cdot | X_1, e_1),$$

y teniendo en cuenta el test (1) se tiene que el CI2bis se satisface pero no el CI1bis, es decir, esta situación es condición suficiente para que haya igualdad de oportunidades en sentido débil.

Cabe señalar que los resultados de las pruebas de hipótesis tienen que ser coherentes entre sí teniendo en cuenta que DEPO implica DESO pero no viceversa. Para poder testear estas hipótesis, primero, hay que estimar las funciones de distribución del desempeño educativo de cada grupo de alumnos. Siguiendo a Davidson y Duclos (2000), se estiman dichas funciones utilizando distintos umbrales,  $z$ , y explotando la relación existente entre índices de pobreza y dominancia estocástica hallada por Foster y Shorrocks (1988a,b).

Sea  $D_A^1(z) = F_A(z)$  la función de distribución acumulada del grupo A hasta  $z$  y  $D_A^g(z) = \int_0^z D_A^{(g-1)}(y)dy$  para valores de  $g \geq 2$ , Davidson y Duclos (2000) proponen expresar dichas funciones de la siguiente manera:

$$D^g(z) = \frac{1}{(g-1)!} \int_0^z (z-y)^{g-1} dy$$

De esta forma la distribución B domina a la distribución A en el sentido de dominancia estocástica de orden  $g$ , si  $D_A^g(z) \geq D_B^g(z)$  para todo  $z \in \mathfrak{R}$ . En particular, los autores señalan que los umbrales  $z$  tienen que ser exógenos.

Para una muestra de tamaño N, el estimador de  $D^g(z)$  es:

$$\hat{D}^g(z) = \frac{1}{N(g-1)!} \sum_{i=1}^N (z-y_i)^{g-1} I(y_i \leq z)$$

donde  $I(\cdot)$  es una función indicadora que toma valor 1 si se cumple que  $y_i \leq z$ . De esta manera, si se consideran  $k$  umbrales  $(z_1, z_2, \dots, z_k)$  se obtiene el vector  $\hat{D}^g = (\hat{D}^g(z_1), \hat{D}^g(z_2), \dots, \hat{D}^g(z_k))$  y la varianza asintótica  $\sum_D$ . Específicamente, en este estudio se consideran 99 umbrales, es decir un  $k = 99$ . Con el fin de que los  $k$  umbrales sean exógenos se calcula el máximo valor teórico que puede tomar la variable de desempeño menos el mínimo valor teórico y se divide dicho valor por 100.<sup>7</sup> Luego, para comparar las distribuciones A y B se utiliza el siguiente estimador

$$\hat{\delta} = (\hat{D}_B^g - \hat{D}_A^g)$$

cuya matriz de varianza y covarianza es  $\frac{\sum_A}{N_A} + \frac{\sum_B}{N_B}$  (se asume independencia entre las distribuciones de A y B). Si las distribuciones son iguales entonces  $\hat{\delta} = 0$ . Para probar que ambas distribuciones son iguales se realiza el test de Wald cuya hipótesis nula es  $H_0 : \delta = 0$  y la hipótesis alternativa es  $H_1 : \delta \neq 0$ . El estadístico  $T_1$  asociado a dicho test sigue una distribución chi-cuadrado con  $k$  grados de libertad:

$$T_1 = \hat{\delta}' \left( \frac{\sum_A}{N_A} + \frac{\sum_B}{N_B} \right)^{-1} \hat{\delta} \sim \chi_k^2$$

En el caso de dominancia estocástica, la hipótesis a testear es  $H_0 : \delta \in \mathfrak{R}_+^k$  y la hipótesis alternativa  $H_1 : \delta \notin \mathfrak{R}_+^k$ . Para este test utilizamos el siguiente estadístico desarrollado por Kodde y Palm (1986),

$$T_2 = \min_{\delta \in \mathfrak{R}_+^k} \|\hat{\delta} - \delta\| \sim \bar{\chi}^2.$$

<sup>7</sup>En este caso, la variable son los puntajes de las pruebas PISA y se toma un valor máximo de 800 y un valor mínimo de 0, de esta manera se tiene en cuenta aproximadamente 3-sigmas de la distribución de los puntajes.

donde  $\|\hat{\delta} - \delta\| = (\hat{\delta} - \delta)' \Sigma^{-1} (\hat{\delta} - \delta)$  y  $M'$  es la matriz transpuesta de  $M$  y para obtener el valor de  $T_2$  se procede a resolver el problema de minimización. El estadístico sigue una distribución mixta de chi-cuadrado,

$$\bar{\chi}^2 = \sum_{j=0}^k \omega(k, j, \Sigma) Pr(\chi_j^2 \geq c)$$

donde  $\omega(k, j, \Sigma)$  es la probabilidad que  $j$  elementos sean estrictamente positivos,  $j \in (0, k]$  y  $c$  es un valor crítico de la distribución. Si bien Kodde y Palm (1986) proponen límites inferiores y superiores de varios valores críticos, la distribución de chi-cuadrado mixta no tiene una tabulación estandarizada para todos los valores. En los casos donde no es posible llegar a una conclusión a partir de dichos límites se sigue a Lefranc *et al.* (2009) y se estima el p-valor del estadístico  $T_2$  a partir de simulaciones de Monte Carlo. Para ello se simulan 10.0000 vectores multivariados independientes normalmente distribuidos con media 0 y matriz de varianza-covarianza  $\Sigma$ . A partir de los mismos se calcula cuántos de ellos tienen  $j$  elementos estrictamente positivos ( $j = 1, \dots, k$ ) y se obtiene  $\omega_j$ . Luego se computa el p-valor que permite rechazar o no la hipótesis nula.

Finalmente, para concluir si una distribución domina a la otra se realizan dos test. Primero, se prueba si la distribución A domina a la distribución B y luego se testea si B domina a A. Si no se rechaza que A domina a B y se rechaza que B domina a A, entonces se dirá que A domina a B. Si no se rechaza que A domina a B y tampoco se rechaza que B domina a A, entonces se deduce que A y B son iguales. Si se rechaza que A domina a B y no se rechaza que B domina a A, entonces B domina a A. Si se rechaza que A domina a B y se rechaza también que B domina a A, entonces se deriva que las curvas de distribución se cruzan. En los casos donde se concluye que una distribución domina a la otra pero no viceversa, son aquellos casos donde se infiere que no existe igualdad de oportunidades.

### 3. Definición de variables y datos

En este trabajo se utiliza la base de datos del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA) de la OCDE de los años 2006, 2009 y 2012. El programa PISA es un estudio de evaluación de los resultados de los sistemas educativos y brinda información representativa de los alumnos entre 15 años y 3 meses y 16 años y 2 meses que han terminado al menos 6 cursos de enseñanza obligatoria. PISA se centra en medir la capacidad de los jóvenes para usar su conocimiento y sus destrezas en la vida diaria; enfocándose en las competencias científica, lectora y matemática de los estudiantes más que en el dominio de la currícula escolar.

Las variables de resultado educativo son los puntajes de las pruebas estandarizadas de matemáticas, lectura y ciencia, cada una por separado. Estos puntajes ofrecen información sobre el desempeño de los alumnos, este último considerado en sentido amplio no solo conocimientos sino también habilidades. Mientras más altos son los puntajes mayores son las competencias de los estudiantes.

En cuanto a las circunstancias, la literatura indica una leve relación entre los insumos o recursos de las escuelas como pueden ser el gasto educativo per cápita, la cantidad de computadoras, el número de profesores, características del aula, etc. con el desempeño de los estudiantes (Hanushek, 1979, 1986, 1997; Betts, 1996; Case y Deaton, 1999; Angrist y Lavy, 1999). En cambio sí encuentra una fuerte relación con variables del entorno del alumno (Hanushek, 2006). La evidencia empírica hace que sea relevante incluir al análisis el contexto familiar y educativo como circunstancias del alumno.<sup>8</sup>

<sup>8</sup>El famoso reporte de Coleman *et al.* (1966) fue uno de los primeros estudios en mostrar que el factor más importante en la relación entre el desempeño educativo y la calidad de la escuela no era la escuela en sí sino el

Las variables de circunstancias,  $X_1$ , que se consideran son el tipo de establecimiento (público-privado), el clima educativo del colegio, el nivel educativo máximo alcanzado por los padres y el nivel socioeconómico cultural familiar. Las primeras dos son variables a nivel escuela mientras que las últimas dos son variables individuales de los alumnos. El tipo de establecimiento puede ser público, privado subvencionado o privado independiente. Los establecimientos privados independientes se caracterizan por ser de gestión privada y no recibir ningún fondo del Estado. Los establecimientos privados subvencionados si bien son de gestión privada reciben fondos del Estado. Por otro lado, los establecimientos públicos son de gestión estatal. El clima educativo del colegio se mide a partir del nivel educativo promedio de los padres del colegio. El clima educativo puede ser alto si los padres del colegio tienen, en promedio, estudios superiores. Un clima educativo medio corresponde al caso donde los padres poseen, en promedio, estudios secundarios. Un clima educativo bajo corresponde a si los padres, en promedio, tienen solo estudios primarios.

El nivel educativo de los padres también puede ser alto, medio o bajo, es alto cuando alguno de los dos padres tiene estudios superiores, medio cuando el máximo nivel alcanzado corresponde a estudios secundarios y bajo cuando solo han alcanzado los estudios primarios. El nivel socioeconómico cultural de la familia se construye a partir del índice ESCS (*economic, social and cultural status*, por sus siglas en inglés) que ofrece PISA el cual tiene en cuenta no solo el estatus ocupacional de los padres, los años de educación de los padres, la riqueza del hogar, los bienes y servicios del hogar sino también el nivel cultural familiar a partir de los libros que poseen (ya sean clásicos o de poesía) y la posesión de obras de arte como por ejemplo cuadros. El nivel socioeconómico puede ser alto, medio o bajo, para ello se divide la distribución del índice ESCS en terciles representando cada categoría un tercio de la distribución.

También se consideran dos variables de circunstancias asociadas a la escuela: la calidad de los recursos educativos del colegio y la calidad de los profesores. Las escuelas en el país son bastante heterogéneas ya sean públicas o privadas. Con el objetivo de ahondar en estas heterogeneidades propias de los establecimientos educativos es que se incorporan ambas variables al análisis. La calidad de los recursos del colegio se define a partir del índice SCMA-TEDU y al igual que con el índice de nivel socioeconómico se divide a la distribución en tres partes iguales, clasificando a la calidad de los recursos educativos en baja, media o alta. En el caso de la calidad de los profesores, se arma un índice teniendo en cuenta cuatro variables 1) la relación entre profesores con dedicación full-time y profesores con dedicación part-time de la escuela, 2) la cantidad de estudiantes por profesor, 3) la proporción de profesores certificados y 4) la proporción de profesores con estudios universitarios. El índice puede tomar valores entre 0 y 1, y se obtiene como una proporción de los cuatro ítems anteriores. Para ello se analiza, para cada una de las variables, si el colegio muestra un valor superior o inferior al de la mediana.<sup>9</sup> Finalmente, la calidad de los profesores puede ser alta, media o baja dependiendo de los terciles del índice computado.

En cuanto al esfuerzo, si bien es parte de la teoría de IOP generalmente en el análisis empírico se excluye (por ejemplo Lefranc *et al.* (2009)). Esto se debe, principalmente, a que es un concepto subjetivo con limitaciones en su medición y son pocas las bases de datos que contienen variables proxy de esfuerzo individual. En el año 2012, el cuestionario de PISA incorporó algunas preguntas específicas sobre la cantidad de tiempo que dedica el alumno a la realización de tareas escolares de matemáticas, lectura y ciencia fuera del colegio. Estas

---

contexto familiar del alumno y el efecto de pares en la escuela, a partir del mismo surgieron una gran cantidad de estudios enfocados en el análisis de esta relación.

<sup>9</sup>Si el índice de calidad de los profesores toma valor 1 es porque el ratio de profesores con dedicación full-time y dedicación part-time, la proporción de profesores certificados y la proporción de profesores con estudios universitarios del establecimiento son superiores o iguales a la mediana de cada uno de ellos, y también la cantidad de estudiantes por profesor es menor a la mediana. Si toma el valor 0.75 es que el colegio tiene ventaja respecto de la mediana en tres de los ítems, 0.50 solo en dos de los ítems, 0.25 solo en un ítem y 0 si el colegio no presenta ventaja en ninguno de los ítems considerados.

horas de estudio conllevan un costo de oportunidad (menos horas de ocio) para el alumno implicando algún tipo de esfuerzo individual. Por esta razón, se puede considerar la cantidad de horas de estudio de los alumnos fuera del colegio como una variable de esfuerzo ( $e$ ). Esta variable toma valor 1 si el alumno dedica más de 2 horas por semana y 0 si el alumno dedica 2 horas o menos por semana. El primer caso corresponde a un esfuerzo alto y el segundo a un esfuerzo bajo. No obstante, no se dispone de esta variable para los años 2006 y 2009.

Cuando se trabaja con los años 2006, 2009 y 2012 en forma conjunta, no se cuenta con la cantidad de horas de estudio. Como alternativa se considera como variable de esfuerzo la cantidad de horas de clases de matemáticas, lectura y ciencia por semana que un alumno tiene en la escuela (se toma las horas de cada materia en forma separada). Si bien la cantidad de horas de clase no corresponde estrictamente a un esfuerzo por parte del alumno, resulta conveniente comparar grupos de alumnos que tienen similares cargas horarias. La idea principal es que la desigualdad que se genera a partir de los distintos esfuerzos es considerada socialmente aceptable. En un principio, también se podría considerar la desigualdad proveniente de diferentes cargas horarias como socialmente aceptable. En el caso que los estudiantes tengan más de 6 horas de clases en una determinada materia (ya sea matemática, lengua o ciencia) el esfuerzo en dicho desempeño será considerado como alto y en el caso que las horas de clases por semana sean 6 horas o menos el esfuerzo será considerado como bajo.

A partir de las diferentes combinaciones de las variables es posible armar varios grupos de alumnos. Primero se dividen a los alumnos en tres grupos 1) alumnos que asisten a la escuela pública, 2) alumnos que asisten a la escuela privada subvencionada y 3) alumnos que asisten a la escuela privada independiente. En segundo lugar se combina el tipo de establecimiento con el nivel de esfuerzo y se obtienen 6 grupos, 1) alumnos que asisten a la escuela pública y realizan esfuerzo alto, 2) alumnos que asisten a la privada subvencionada y realizan esfuerzo alto, 3) alumnos que asisten a la escuela privada independiente y realizan esfuerzo alto, 4) alumnos que asisten a la escuela pública y realizan esfuerzo bajo, 5) alumnos que asisten a la privada subvencionada y realizan esfuerzo bajo, 6) alumnos que asisten a la escuela privada independiente y realizan esfuerzo bajo. En tercer lugar se tiene en cuenta el tipo de establecimiento, el nivel de esfuerzo y el nivel educativo de los padres (alto, medio y bajo) obteniendo 18 grupos. En una cuarta situación se combina el tipo de establecimiento, el nivel de esfuerzo y el nivel socioeconómico cultural de la familia, obteniendo también 18 grupos. A su vez, se combina el tipo de establecimiento, el nivel de esfuerzo con el clima educativo del colegio generando 18 grupos. También se combina el tipo de establecimiento, el nivel de esfuerzo y la calidad de los recursos educativos del colegio obteniendo 18 grupos. Por último, también se forman 18 grupos a partir del tipo de establecimiento, el esfuerzo del alumno y la calidad de los profesores del colegio.

Debido a que el número de grupos cuando se consideran tres variables asciende a 18 y la cantidad de observaciones de cada uno de los grupos se reduce considerablemente, es que se decide trabajar con solo dos circunstancias a la vez y se incorporan a la muestra las observaciones de los años 2006 y 2009. El número de observaciones de la muestra del año 2012 asciende a 3.398, de las cuales 2.062 corresponden a alumnos que asisten a escuelas públicas, 931 a escuelas subvencionadas y 288 a escuelas independientes. Si además se divide a los alumnos en aquellos que realizan un esfuerzo bajo y un esfuerzo alto, el grupo de mayor tamaño tiene 1.183 observaciones (pública-esfuerzo bajo) y el grupo con menos observaciones alcanza solo 129 (privada independiente - esfuerzo bajo). La cantidad total de observaciones de la muestra al considerar los tres años, 2006, 2009 y 2012, es aproximadamente 14.500. La Tabla 1 muestra que el 68% de los alumnos asisten a escuelas públicas, el 23% a escuelas privadas subvencionadas y el 9% a escuelas privadas independientes. A pesar del considerable tamaño de la muestra, al dividir por nivel de circunstancia la cantidad de observaciones del grupo de privadas independientes con nivel bajo se reduce notablemente, de allí que las conclusiones respecto a este tipo de grupo se tengan que realizar con cautela.

**Tabla 1:** Cantidad de observaciones según grupos de alumnos.

Cantidad de observaciones	Tipo de establecimiento			Total
	Público	Privado subvencionado	Privado independiente	
<i>Muestra por año</i>				
2006	2983	1002	252	4237
2009	3229	940	534	4703
2012	3753	1494	472	5719
<i>Muestra total</i>	9965	3436	1258	14659
<i>Según máximo nivel educativo alcanzado por los padres</i>				
Alto	3844	2033	869	6746
Medio	3366	1004	267	4637
Bajo	2413	331	95	2839
<i>Muestra total</i>	9623	3368	1231	14222
<i>Según estatus socioeconómico cultural de la familia</i>				
Alto	2,329	1,765	823	4,917
Medio	3,434	1,080	271	4,785
Bajo	4,036	540	154	4,730
<i>Muestra total</i>	9,799	3,385	1,248	14,432
<i>Según clima educativo del colegio</i>				
Alto	1,253	1,947	866	4,066
Medio	8,303	1,431	385	10,119
Bajo	407	58	s.d.	465
<i>Muestra total</i>	9,963	3,436	1,251	14,650
<i>Según calidad recursos educativos del colegio</i>				
Alto	2,495	1,497	607	4,599
Medio	3,703	1,123	425	5,251
Bajo	3,725	816	226	4,541
<i>Muestra total</i>	9,923	3,436	1,258	14,391
<i>Según calidad de los profesores del colegio</i>				
Alto	660	394	87	1,141
Medio	1,268	675	197	2,140
Bajo	2,559	901	270	3,460
<i>Muestra total</i>	4,487	1,970	554	6,741

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA.

Por otro lado, cuando se dividen a los alumnos según el tipo de establecimiento, se encuentra que el mayor desempeño educativo promedio corresponde al grupo de alumnos que asisten a escuelas privadas independiente (ver Tabla 2). A su vez, cuando se comparan grupos de alumnos que se esfuerzan de igual manera, se halla que los alumnos que se esfuerzan alto presentan puntajes promedios superiores a los grupos de alumnos que se esfuerzan bajo (ver Tabla 3). También se observa que las diferencias entre escuelas públicas y privadas se mantienen, y las diferencias entre las escuelas privadas subvencionadas e independientes disminuyen, hasta en algunos casos los alumnos que asisten a la escuela subvencionada son los que presentan, en promedio, puntajes más altos respecto a los demás.

Cuando se condiciona en otras circunstancias, ya sea por nivel educativo de los padres, nivel socioeconómico cultural o clima educativo, los alumnos que asisten a escuelas privadas son aquellos que presentan en promedio un desempeño educativo más alto respecto a quienes asisten a las escuelas públicas. Los puntajes entre los alumnos que asisten a escuelas privadas independientes y subvencionadas no difieren significativamente, sin embargo el desvío estándar computado en el caso de los colegios privados independientes son más grandes debido a la menor cantidad de observaciones que tienen estos grupos de alumnos. La evidencia sugiere que en todos los casos los alumnos de escuelas públicas son los que obtienen menores puntajes en las pruebas respecto a los demás (ver Tabla A.1 del Anexo).

**Tabla 2:** Puntajes promedios pruebas PISA según tipo de establecimiento educativo.

Pomedio puntajes pruebas PISA	Tipo de establecimiento			Total
	Público	Privado subvencionado	Privado independiente	
<i>Muestra total</i>				
<i>Matemática</i>	362	429	437	386
	[2.80]	[4.80]	[10.15]	[2.64]
<i>Lectura</i>	360	442	448	389
	[3.30]	[5.98]	[10.83]	[3.00]
<i>Ciencia</i>	373	448	451	399
	[2.92]	[5.12]	[9.84]	[2.79]

Nota: errores estándar entre corchetes.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA.

**Tabla 3:** Puntajes promedios pruebas PISA según tipo de establecimiento educativo y esfuerzo.

Pomedio puntajes pruebas PISA	Tipo de establecimiento			Total
	Público	Privado subvencionado	Privado independiente	
<b>Panel a</b>				
<i>2 horas o menos de estudio/tarea fuera de colegio</i>				
<i>Matemática</i>	365	415	422	381
	[3.17]	[7.08]	[18.59]	[3.16]
<i>Lectura</i>	369	433	423	388
	[3.86]	[9.58]	[21.39]	[3.50]
<i>Ciencia</i>	380	440	432	398
	[3.99]	[6.32]	[21.18]	[3.37]
<i>Más de 2 horas de estudio/tarea fuera de colegio</i>				
<i>Matemática</i>	401	445	442	421
	[4.89]	[5.79]	[12.87]	[3.68]
<i>Lectura</i>	410	471	464	437
	[6.05]	[6.01]	[10.94]	[3.97]
<i>Ciencia</i>	419	471	458	441
	[5.56]	[5.38]	[19.03]	[4.25]
<b>Panel b</b>				
<i>Menos de 6 horas de clases por semana</i>				
<i>Matemática</i>	365	430	437	389
	[3.53]	[6.63]	[12.95]	[3.75]
<i>Lectura</i>	370	447	444	398
	[3.59]	[6.74]	[10.69]	[3.83]
<i>Ciencia</i>	377	445	446	402
	[3.40]	[6.69]	[11.03]	[3.62]
<i>Más de 6 horas de clases por semana</i>				
<i>Matemática</i>	386	439	430	406
	[4.97]	[6.35]	[13.09]	[3.76]
<i>Lectura</i>	388	458	465	420
	[6.29]	[7.67]	[23.01]	[4.97]
<i>Ciencia</i>	402	459	472	428
	[5.50]	[8.61]	[14.49]	[4.64]

Nota: errores estándar entre corchetes. Panel a corresponde a la muestra del año 2012. La muestra del Panel b corresponde a la base de datos de los años 2006, 2009 y 2012.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA.

## 4. Resultados

En esta sección se presentan los principales resultados del trabajo. Las diferentes tablas muestran los resultados de los test de las hipótesis propuestas. En el caso donde no se rechaza la igualdad entre dos distribuciones de puntajes de alumnos se presenta el estadístico del test de Wald. Si a partir del test de Wald se rechaza la hipótesis nula de que dos distribuciones son iguales, entonces se presentan los resultados de los test de dominancia estocástica. Solo se muestran los resultados del test de DESO si no es posible inferir DEPO (debido a que DEPO implica DESO). En los casos donde los test sugieran dominancia estocástica de una distribución sobre la otra, se muestra la relación de preferencia entre ambas distribuciones. En todos los casos se trabaja con niveles de significancia de hasta el 10 %.

Gráficamente, si se comparan las funciones de distribuciones acumuladas de resultados educativos tanto de matemáticas como de lectura y ciencia entre alumnos que asisten a la escuela pública, privada subvencionada e independiente se observa que el grupo que tiene más probabilidades de presentar puntajes más altos en las pruebas PISA son los grupos de alumnos que asisten a las escuelas privadas (ver Gráfico A.1 en Anexo). Lo encontrado gráficamente, es consistente con los resultados de los test estadísticos de dominancia estocástica de la Tabla 4.

Las pruebas de hipótesis indican que las distribuciones de puntajes de las escuelas privadas dominan en sentido estricto según los criterios de dominancia estocástica de primer y segundo orden a las de las escuelas públicas. Mostrando que los alumnos de las escuelas privadas tienen más ventajas que las escuelas públicas para cualquier puntaje  $y$ .<sup>10</sup> Esto es, los alumnos de escuelas privadas tienen más probabilidades de obtener resultados educativos más altos que los de la escuela pública. Por lo tanto, podemos rechazar la existencia de IOP entre escuelas públicas y privadas ya que CI1bis no se cumple y la distribución de las privadas es preferida en sentido estocástico a la de las escuelas públicas. Más aún, tampoco se cumple con el CI2bis que es condición suficiente para que exista igualdad de oportunidades en sentido débil, por lo que tampoco se cumple con la definición débil IOP-D3.

En cuanto a las distribuciones de escuelas privadas subvencionadas e independientes, no se rechaza la hipótesis de igualdad de distribuciones. Ambos grupos de alumnos presentan las ventajas similares, es decir, tienen las mismas probabilidades de obtener diferentes resultados educativos, sugiriendo la existencia de condiciones necesarias para que haya IOP entre ambos tipos de establecimientos. Sin embargo, solo se podrá concluir que existe IOP entre estos dos tipos de escuelas si se asume que todos los factores excluidos son independientes al tipo de establecimiento al que asisten los alumnos.

---

<sup>10</sup>Aquí el término ventajas se refiere a que los alumnos tienen más probabilidad de obtener resultados en las pruebas más altos.

**Tabla 4:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento

	<i>Muestra general</i>	
	Pública	Privada subvencionada
<i>Matemática</i>		
Pública	-	-
Privada subvencionada	$\gamma_1$ [14587.97; 1.99]	-
Privada independiente	$\gamma_1$ [8551.93; 0,0]	$=_W$ [84.4]
<i>Lectura</i>		
Pública	-	-
Privada subvencionada	$\gamma_1$ [16717.46; 0.00]	-
Privada independiente	$\gamma_1$ [9152.56; 0.00]	$=_W$ [42.2]
<i>Ciencia</i>		
Pública	-	-
Privada subvencionada	$\gamma_1$ [16487.2; 0.00]	-
Privada independiente	$\gamma_1$ [8731.4; 0.00]	$=_W$ [56.3]

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $=_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\gamma_i$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_i$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

A partir de estos resultados, es interesante analizar si alumnos que se esfuerzan igual presentan las mismas probabilidades de obtener determinados puntajes independientemente del tipo de establecimiento al cual asisten. El Gráfico A.2 del Anexo muestra las distribuciones acumuladas de los puntajes de alumnos de distintos establecimientos que dedican similares cantidades de horas al estudio. Gráficamente, es posible observar que el grupo de alumnos de escuelas públicas que realizan un esfuerzo bajo es estrictamente dominado por los demás grupos. Es decir, es el que presenta menos ventajas respecto al resto de los grupos. Además, los resultados de la Tabla 5 muestran que en todos los casos, ya sea que se realice un esfuerzo alto o bajo, las distribuciones de las escuelas privadas dominan estocásticamente a las distribuciones de las escuelas públicas. Es decir, los alumnos de escuelas públicas a pesar de realizar el mismo esfuerzo corren con menores ventajas que los alumnos de escuelas privadas. Por otro lado, nuevamente a partir del test de Wald no se rechaza la igualdad entre las distribuciones de las escuelas privadas subvencionadas e independientes. Esto sugiere que tanto las condiciones necesarias como suficientes no están dadas para que exista IOP entre alumnos que asisten a escuelas públicas y escuelas privadas.

**Tabla 5:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento y esfuerzo.

	<i>2 hs o menos de tareas</i>		<i>Más de 2 hs de tareas</i>	
	Pública	Privada subvencionada	Pública	Privada subvencionada
<i>Matemática</i>				
Pública	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1038.76; 0.00]	-	$\succ_1$ [889.22; 0.00]	-
Privada independiente	$\succ_1$ [439.41; 0.00]	$=_W$ [12.9]	$\succ_1$ [398.56; 0.00]	$=_W$ [8.5]
<i>Lectura</i>				
Pública	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1439.17; 0.00]	-	$\succ_1$ [1291.58; 0.00]	-
Privada independiente	$\succ_1$ [332.52; 0.00]	$=_W$ [36.2]	$\succ_1$ [520.91; 0.00]	$=_W$ [9.0]
<i>Ciencia</i>				
Pública	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1653.29; 0.00]	-	$\succ_1$ [1336.12; 0.00]	-
Privada independiente	$\succ_1$ [356.82; 0.00]	$=_W$ [40.9]	$\succ_1$ [258.34; 0.00]	$=_W$ [46.4]

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $=_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_i$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_i$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

Cuando se condiciona en cada caso por la variable cantidad de horas de clases de matemáticas, lengua y ciencia y el tipo de establecimiento educativo, se encuentra un resultado similar a los encontrados en las Tablas 4 y 5. Los alumnos que asisten a la escuela pública son aquellos que presentan menos ventajas respecto de los alumnos que asisten a establecimientos privados. En todos los casos los tests arrojan que las distribuciones de puntajes de las escuelas públicas son dominadas por la de las escuelas privadas. Los casos donde el test de Wald no rechaza la igualdad de distribuciones corresponden a las distribuciones entre los tipos de escuelas privadas, subvencionadas e independientes.

**Tabla 6:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento y factor aceptable.

	<i>6 hs o menos de tareas</i>		<i>Más de 6 hs de tareas</i>	
	Pública	Privada subvencionada	Pública	Privada subvencionada
<i>Matemática</i>				
Pública	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [5337.27; 6.16]	-	$\succ_1$ [1383.61; 0.00]	-
Privada independiente	$\succ_1$ [3282.44; 0.00]	$=_W$ [55.7]	$\succ_1$ [433.61; 0.00]	$=_W$ [17.3]
<i>Lectura</i>				
Pública	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [7635.36; 0.00]	-	$\succ_1$ [1912.25; 0.00]	-
Privada independiente	$\succ_1$ [3302.53; 0.00]	$=_W$ [42.8]	$\succ_1$ [785.07; 0.00]	$=_W$ [111.4]
<i>Ciencia</i>				
Pública	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [6087.61; 0.00]	-	$\succ_1$ [1108.29; 0.00]	-
Privada independiente	$\succ_1$ [2820.04; 0.00]	$=_W$ [28.0]	$\succ_1$ [757.81; 0.00]	$=_W$ [30.6]

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $=_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_i$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_i$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

Ahora cabe preguntarse si los resultados anteriores entre escuelas públicas y privadas son robustos al condicionar por otras variables de circunstancias como el nivel educativo de los padres, nivel socioeconómico cultural o características del colegio. A continuación se presentan los diferentes tests de las distribuciones de los puntajes de la prueba de matemática, los correspondientes a lectura y ciencia se encuentran en el anexo del trabajo. Los resultados de las tres pruebas conducen a conclusiones similares.

Los resultados de los tests de las distribuciones de matemática de alumnos de distintos tipos de establecimientos y nivel educativo de los padres que tienen similar horas de clases se muestran en la Tabla 7. Se puede observar que el grupo de alumnos de escuelas privadas cuyos padres tienen un alto nivel educativo domina a los grupos de alumnos de escuelas públicas cualquiera sea el nivel educativo de los padres de estos últimos y la cantidad de horas de clases impartidas.

En el caso de los alumnos que tienen más de 6 horas de clases de matemática, el test de Wald arroja que los que asisten a colegios privados independiente con padres con educación media presentan las mismas ventajas que los alumnos que asisten las escuelas públicas cuyos padres tienen un nivel educativo ya sea bajo, medio o alto. Otro grupo de alumnos que presentan similares ventajas que los alumnos de las escuelas públicas, son los alumnos que asisten a la escuela privada subvencionada cuyos padres tienen un nivel educativo bajo.

Los resultados son distintos si se consideran los alumnos con 6 horas o menos de clases de matemática por semana, ya que las distribuciones de los alumnos que asisten a las escuelas privadas dominan a las distribuciones de los alumnos de escuelas públicas. Solamente los alumnos de escuelas públicas con padres con educación alta y media igualan en ventajas al grupo de alumnos de escuelas subvencionada con padres con educación baja. Mostrando para

los demás grupos de alumnos de escuelas públicas que no se cumple el CI1bis ni el CI2bis y, por lo tanto, en la mayoría de los casos no se satisfacen las condiciones de IOP entre escuelas públicas y privadas. Finalmente, los estadísticos indican que las distribuciones de alumnos de escuelas privadas, subvencionadas e independientes, con padres con educación alta y media son iguales.

En el caso de lectura y ciencia, las Tablas A.2 y A.3 del Anexo describen resultados similares a los de matemática. Los alumnos que tienen más de 6 horas de clases de escuelas públicas presentan iguales distribuciones que los alumnos de escuelas privadas con padres con nivel educativo bajo. En el caso de esfuerzo bajo (6 horas o menos de clases) solo los alumnos de escuelas pública con padres con educación alta y media igualan en ventajas a los alumnos de escuelas privadas subvencionadas con padres con nivel educativo bajo. Mostrando que el grupo que presenta menos oportunidades educativas respecto a todos los demás es el grupo de alumnos que asisten a la escuela pública, tienen menos horas de clases y cuyos padres poseen un nivel educativo bajo.

**Tabla 7:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento, esfuerzo y nivel educativo de los padres.

	Educación padres alta			Educación padres media			Educación padres baja		
	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>									
Educación padres alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [794.42; 0.00]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [256.28; 0.00]	$=_W$ [12.3]	-	-	-	-	-	-	-
Educación padres media									
Pública	$=_W$ [86.5]	$\lambda_1$ [0.00; 1080.8]	$\lambda_1$ [0.00; 406.61]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [196.53; 0.00]	$=_W$ [60.6]	$\lambda_1$ [344.27; 0.00]	$\lambda_1$	-	-	-	-	-
Privada independiente	$=_W$ [18.3]	$=_W$ [61.3]	$=_W$ [33.6]	$=_W$ [43.9]	$=_W$ [18.2]	-	-	-	-
Educación padres baja									
Pública	$\lambda_1$ [4.29; 250.18]	$\lambda_1$ [0.00; 1232.17]	$\lambda_1$ [0.00; 622.27]	$=_W$ [65.8]	$\lambda_1$ [0.00; 556.33]	$=_W$ [107.2]	-	-	-
Privada subvencionada	$=_W$ [28.4]	$\lambda_1$ [0.00; 145.64]	$=_W$ [99.2]	$=_W$ [9.2]	$\lambda_1$ [72.1]	$=_W$ [17.6]	$=_W$ [26.1]	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [145.22; 20.23]	$=_W$ [84.8]	$=_W$ [62.0]	$\lambda_1$ [125.42; 8.09]	$=_W$ [49.5]	$=_W$ [35.0]	$\lambda_1$ [169.06; 2.14]	$=_W$ [31.9]	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>									
Educación padres alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [2647.41; 8.54]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [1584.74; 0.00]	$=_W$ [73.0]	-	-	-	-	-	-	-
Educación padres media									
Pública	$=_W$ [110.3]	$\lambda_1$ [7.68; 3305.68]	$\lambda_1$ [0.00; 2028.46]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [1253.30; 0.00]	$=_W$ [96.4]	$\lambda_1$ [52.8]	$\lambda_1$ [1740.73; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [380.99; 0.00]	$=_W$ [62.4]	$=_W$ [23.6]	$\lambda_1$ [573.27; 0.00]	$=_W$ [11.3]	-	-	-	-
Educación padres baja									
Pública	$\lambda_1$ [0.00; 1074.83]	$\lambda_1$ [5.27; 5426.11]	$\lambda_1$ [0.00; 3797.26]	$\lambda_1$ [0.00; 527.41]	$\lambda_1$ [0.00; 3478.50]	$\lambda_1$ [0.00; 1375.85]	-	-	-
Privada subvencionada	$=_W$ [53.0]	$\lambda_1$ [22.94; 455.96]	$\lambda_1$ [0.00; 381.84]	$=_W$ [38.3]	$\lambda_1$ [0.10; 279.25]	$\lambda_1$ [0.10; 183.99]	$\lambda_1$ [281.75; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\lambda_2$ [119.82; 2.33]	$\lambda_1$ [27.62; 138.64]	$\lambda_1$ [0.00; 126.36]	$\lambda_2$ [121.39; 0.00]	$=_W$ [90.2]	$=_W$ [80.4]	$\lambda_1$ [291.74; 0.00]	$=_W$ [10.5]	-

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $=_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\lambda_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\lambda_2$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.  
Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

Las relaciones de preferencia según el tipo de establecimiento, esfuerzo y nivel socioeconómico cultural de la familia del alumno se resumen en la Tabla 8 (los resultados de lectura y ciencia se muestran en las tablas A.4 y A.5 del Anexo). En general, puede observarse que el grupo de alumnos con más ventajas son los alumnos que asisten a la escuela privada y que tienen un contexto familiar favorable, es decir, un nivel socioeconómico cultural alto. La distribución de este grupo de alumnos domina estocásticamente las distribuciones de los alumnos de las escuelas públicas y el resto de los alumnos de las escuelas privadas (salvo los alumnos de escuelas privadas con más de 6 horas de clases cuyos padres presentan nivel educativo medio). Los resultados son similares para el caso de lectura.

Respecto a las demás relaciones, los alumnos que dedican más de 6 horas de clases a matemáticas o lectura de escuelas públicas con nivel socioeconómico alto, medio y bajo presentan iguales ventajas respecto a los alumnos de nivel socioeconómico bajo que asisten a escuelas privadas subvencionadas e independientes. Solo el grupo de alumnos de nivel socioeconómico alto iguala en ventaja al grupo de alumnos de nivel socioeconómico medio que asiste a la escuela privada. En general, puede interpretarse que para estos alumnos se cumplen las condiciones necesarias para que exista IOP entre escuelas públicas y privadas. Para el caso de 6 horas o menos, en la mayoría de los casos, la condición necesaria ya no se cumple, mostrando así que los alumnos de escuelas privadas presentan más ventajas respecto a los de escuela pública. Por otro lado, los resultados para ciencia muestran que los alumnos de escuelas públicas con nivel socioeconómico alto tienen ventajas similares que los alumnos de escuelas privadas pero solo en el caso de esfuerzo alto (más de 6 horas de clases). En cuanto a los grupos de alumnos que asisten a escuelas públicas, los alumnos con nivel socioeconómico alto presentan en todos los casos más ventajas respecto a los alumnos de nivel socioeconómico medio y bajo.

**Tabla 8:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento, esfuerzo y nivel socioeconómico familiar.

	Nivel socioeconómico cultural alto		Nivel socioeconómico cultural medio		Nivel socioeconómico cultural bajo	
	Privada subvencionada	Privada independiente	Privada subvencionada	Privada independiente	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Nivel socioeconómico cultural alto						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [285.42; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [171.66; 0.00]	-	-	-	-	-
Nivel socioeconómico cultural medio						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 297.02]	$\prec_1$ [0.00; 1116.79]	$\prec_1$ [0.00; 652.76]	-	-	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [60.8]	$\simeq_W$ [31.0]	$\succ_1$ [28.9]	-	-	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [28.3]	$\simeq_W$ [80.2]	$\simeq_W$ [78.8]	$\simeq_W$ [34.9]	-	-
Nivel socioeconómico cultural bajo						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 706.28]	$\prec_1$ [0.00; 1780.17]	$\prec_1$ [0.00; 1078.85]	$\prec_1$ [0.00; 851.22]	$\prec_1$ [0.00; 198.45]	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [51.2]	$\prec_1$ [0.00; 204.10]	$\simeq_2$ [0.00; 366.73]	$\simeq_W$ [104.6]	$\simeq_W$ [19.0]	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [57.9]	$\prec_1$ [0.00; 128.09]	$\prec_1$ [0.00; 127.85]	$\simeq_W$ [88.2]	$\simeq_W$ [30.7]	$\simeq_W$ [13.4]
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Nivel socioeconómico cultural alto						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1336.76; 12.27]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [875.30; 0.00]	$\simeq_W$ [67.4]	-	-	-	-
Nivel socioeconómico cultural medio						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 1065.93]	$\prec_1$ [7.62; 4829.97]	$\prec_1$ [0.00; 3360.15]	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [148.75; 0.08]	$\prec_1$ [17.06; 317.53]	$\succ_1$ [0.00; 265.54]	-	-	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [19.8]	$\prec_1$ [24.07; 277.07]	$\prec_1$ [0.00; 260.44]	$\simeq_W$ [65.0]	-	-
Nivel socioeconómico cultural bajo						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 2543.08]	$\prec_1$ [7.13; 8103.65]	$\prec_1$ [0.00; 5602.78]	$\prec_1$ [0.00; 3094.09]	$\prec_1$ [0.00; 566.95]	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [95.0]	$\prec_1$ [16.44; 811.38]	$\prec_1$ [0.00; 731.73]	$\prec_1$ [0.08; 255.09]	$\simeq_W$ [24.0]	$\succ_1$ [402.61; 0.00]
Privada independiente	$\simeq_W$ [51.6]	$\prec_1$ [20.96; 272.25]	$\prec_1$ [0.00; 274.86]	$\simeq_W$ [101.9]	$\simeq_W$ [21.6]	$\simeq_W$ [11.9]

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\simeq_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_i$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_i$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.  
Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

Según los resultados presentados en la primera columna de la Tabla 9, en el caso de más de 6 horas de clases, los alumnos de escuelas públicas con clima educativo alto igualan en ventajas a los alumnos de escuelas independientes con clima educativo alto y medio, así como a los alumnos de escuelas subvencionadas con clima educativo medio. El grupo de alumnos que asisten a escuelas subvencionadas de clima educativo alto resulta ser el grupo que presenta más ventajas respecto a los alumnos de escuelas públicas. En el caso de alumnos que van a escuelas donde tienen 6 horas o menos de clases, la distribución que domina al resto de las distribuciones no solo corresponde a la de los alumnos de escuelas privadas subvencionadas de clima educativo alto sino también a la de los alumnos de escuelas independientes de clima educativo alto. Solo los alumnos de escuelas públicas con clima educativo alto equiparan en ventajas a los alumnos de escuelas privadas con clima educativo medio y bajo. Las distribuciones de puntajes de los demás alumnos de escuelas públicas con clima educativo medio y bajo son dominadas por la de los alumnos de escuelas privadas con clima alto y medio y la de los alumnos de la pública con clima educativo alto.

Las Tablas A.6 y A.7 del Anexo muestran resultados distintos que los de matemática. Para lectura, solo es posible no rechazar la igualdad de distribuciones entre los alumnos con más de 6 horas de clases de escuelas públicas con clima educativo alto y alumnos de escuelas privadas (subvencionada e independientes) con clima educativo medio. A su vez solo los alumnos de escuelas públicas con clima educativo medio presenta igual distribución que los alumnos de escuelas privadas independiente con clima educativo también medio. En el caso de los grupos que tienen menos de 6 horas de clases, los alumnos de la escuela pública de clima educativo alto presenta iguales ventajas que los alumnos de escuelas privadas subvencionadas de contexto educativo medio.

Para las distribuciones de puntajes de ciencia los resultados sugieren, en general, que no existen las condiciones para IOP entre escuelas públicas y privadas. Solamente se puede no rechazar igualdad entre las distribuciones de los alumnos de escuelas públicas con clima educativo alto y de los alumnos de escuelas privadas (subvencionadas e independientes) con clima educativo alto y medio. Nuevamente las distribuciones de alumnos de escuelas públicas de contexto medio y bajo son dominadas por las distribuciones de alumnos de escuelas privadas y públicas con clima educativo similar o mayor.

**Tabla 9:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento, esfuerzo y clima educativo.

	Clima educativo alto		Clima educativo medio		Clima educativo bajo	
	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Clima educativo alto						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_{-1}$ [201.49; 0.04]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_{-1}$ [86.2]	-	-	-	-	-
Clima educativo medio						
Pública	$\succ_{-1}$ [0.00; 394.37]	$\succ_{-1}$ [0.00; 2382.07]	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_{-1}$ [9.4]	$\succ_{-1}$ [0.00; 240.06]	$\succ_{-1}$ [105.5]	-	-	-
Privada independiente	$\succ_{-1}$ [57.1]	$\succ_{-1}$ [0.00; 194.99]	$\succ_{-1}$ [0.00; 143.06]	$\succ_{-1}$ [48.9]	-	-
Clima educativo bajo						
Pública	$\succ_{-1}$ [2.13; 165.33]	$\succ_{-1}$ [0.00; 347.68]	$\succ_{-1}$ [0.00; 284.09]	$\succ_{-1}$ [0.05; 147.67]	-	-
Privada subvencionada	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [46.3]	-
Privada independiente	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Clima educativo alto						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_{-1}$ [535.84; 21.90]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_{-1}$ [455.34; 0.00]	$\succ_{-1}$ [67.7]	-	-	-	-
Clima educativo medio						
Pública	$\succ_{-1}$ [0.00; 2439.38]	$\succ_{-1}$ [8.01; 8885.05]	$\succ_{-1}$ [0.00; 5360.26]	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_{-1}$ [53.0]	$\succ_{-1}$ [17.82; 706.44]	$\succ_{-1}$ [0.00; 586.20]	$\succ_{-1}$ [1440.64; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\succ_{-1}$ [107.1]	$\succ_{-1}$ [22.31; 541.48]	$\succ_{-1}$ [0.00; 541.26]	$\succ_{-1}$ [361.81; 0.00]	$\succ_{-1}$ [77.7]	-
Clima educativo bajo						
Pública	$\succ_{-1}$ [0.00; 1098.55]	$\succ_{-1}$ [7.87; 1998.56]	$\succ_{-1}$ [0.00; 1904.92]	$\succ_{-1}$ [0.75; 257.22]	$\succ_{-1}$ [0.00; 946.05]	-
Privada subvencionada	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [0.00; 469.74]	-
Privada independiente	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	$\succ_{-1}$ [s.d.]	-

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\succ_{-1}$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_{-1}$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\succ_{-1}$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

Las heterogeneidades dentro de cada tipo de establecimiento, público, privado subvencionado o independiente, pueden provenir de la localización geográfica del establecimiento así como de características de los directivos, profesores, recursos educativos que disponen las escuelas. Si bien no es posible analizar heterogeneidades por localidad ya que PISA solo ofrece información representativa a nivel país, se pueden distinguir los tipos de establecimiento según la calidad de sus recursos educativos y profesores. Incluir otras características de las escuelas puede aportar un análisis más claro respecto a las posibles heterogeneidades dentro de cada tipo de establecimiento. Las Tablas 10 y 11 complementan los resultados encontrados sobre clima educativo del colegio. Las Tablas A.8 a A.11 del Anexo también describen las relaciones entre las distribuciones condicionando también por recursos educativos del colegio y calidad de los profesores para el caso de lectura y ciencia.

A partir de los resultados de las tablas, se puede observar que al condicionar por la calidad de recursos educativos, para los grupos de alumnos que tienen menos de 6 horas de clases no se cumplen las condiciones necesarias y suficientes para que exista IOP entre escuelas públicas y privadas. En todos los casos los alumnos con más ventajas son aquellos que asisten a escuelas privadas. Al tener en cuenta los alumnos que tienen 6 horas o más de clases, se observa que el grupo de alumnos de escuelas públicas que equipara en ventajas a los alumnos de escuelas privadas con recursos educativos bajos o medios son aquellos cuyas escuelas tienen una alta calidad en sus recursos educativos.

En cuanto a la calidad de los profesores del colegio se observa que en el caso de alumnos con menos horas de clases no están dadas las condiciones necesarias ni suficientes para que exista IOP entre escuelas públicas y privadas. Los alumnos de escuelas privadas tienen más ventajas que los de escuela pública. Como era de esperar, el grupo de alumnos de escuelas públicas con más desventajas son aquellos cuyos colegios tienen profesores de baja calidad educativa. En el caso de alumnos que asisten a colegios que imparten más de 6 horas de clases, se encuentra nuevamente que los alumnos de escuelas públicas con calidad de profesores media y baja son los que presentan menos ventajas respecto a los demás grupos de alumnos. En cambio, no se observan diferencias entre las distribuciones de los alumnos de escuelas públicas con calidad de profesores alta y de los alumnos de escuelas privadas en general. Esto sugiere que la calidad de los profesores puede ser un factor relevante para propiciar las condiciones necesarias para igualar el campo de juego entre alumnos de escuelas públicas y privadas.

**Tabla 10:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento, esfuerzo y calidad de recursos educativos.

	Calidad recursos educativos alta		Calidad recursos educativos media		Calidad recursos educativos baja	
	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Calidad recursos educativos alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [752.07; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [349.62; 0.00]	-	-	-	-	-
Calidad recursos educativos media						
Pública	$\simeq_W$ [9.47]	$\prec_1$ [0.00; 1097.19]	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [163.76; 0.00]	$\simeq_W$ [52.48]	$\succ_1$ [252.56; 0.00]	-	-	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [48.23]	$\prec_1$ [0.00; 129.09]	$\simeq_W$ [77.49]	-	-	-
Calidad recursos educativos baja						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 355.47]	$\prec_1$ [0.00; 2230.13]	$\prec_1$ [0.00; 318.93]	$\prec_1$ [0.00; 915.56]	-	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [20.00]	$\prec_1$ [0.00; 250.73]	$\simeq_W$ [37.97]	$\simeq_W$ [51.10]	$\succ_1$ [341.10; 0.00]	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [6.75]	$\simeq_W$ [115.16]	$\simeq_W$ [4.83]	$\simeq_W$ [43.62]	$\simeq_W$ [53.65]	$\simeq_W$ [10.91]
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Calidad recursos educativos alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1610.50; 17.43]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [960.72; 0.00]	-	-	-	-	-
Calidad recursos educativos media						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 396.76]	$\prec_1$ [7.63; 3575.93]	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1072.88; 0.00]	$\simeq_W$ [103.47]	$\succ_1$ [2708.96; 0.00]	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [383.75; 0.00]	$\simeq_W$ [72.38]	$\simeq_W$ [33.88]	$\simeq_W$ [30.39]	-	-
Calidad recursos educativos baja						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 1648.37]	$\prec_1$ [9.12; 6019.20]	$\prec_1$ [0.00; 3724.14]	$\prec_1$ [0.00; 5078.50]	$\prec_1$ [0.00; 2330.75]	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [5.20]	$\prec_1$ [16.94; 629.68]	$\simeq_W$ [115.54]	$\prec_1$ [0.00; 455.83]	$\prec_1$ [0.00; 261.83]	$\succ_1$ [592.76; 0.00]
Privada independiente	$\simeq_W$ [44.60]	$\prec_1$ [29.04; 297.39]	$\succ_1$ [223.43; 0.00]	$\prec_1$ [0.00; 205.58]	$\prec_1$ [0.06; 142.69]	$\simeq_W$ [24.65]

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\simeq_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_1$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila. Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla 11:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de matemática según tipo de establecimiento, esfuerzo y calidad de los profesores del colegio.

	Calidad profesores alta		Calidad profesores media		Calidad profesores baja	
	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Calidad profesores alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\approx_W$ [35.41]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [43.40]	-	-	-	-	-
Calidad profesores media						
Pública	$\approx_W$ [83.80]	$\prec_1$ [0.01; 228.78]	$\prec_1$ [0.00; 157.65]	-	-	-
Privada subvencionada	$\approx_W$ [13.70]	$\approx_W$ [66.46]	$\approx_W$ [64.46]	-	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [18.53]	$\approx_W$ [48.74]	$\approx_W$ [51.17]	$\approx_W$ [17.41]	-	-
Calidad profesores baja						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 356.91]	$\prec_1$ [0.00; 682.64]	$\prec_1$ [0.00; 428.58]	$\prec_1$ [0.00; 156.30]	$\approx_W$ [111.95]	-
Privada subvencionada	$\approx_W$ [25.84]	$\approx_W$ [30.95]	$\approx_W$ [53.67]	$\approx_W$ [30.81]	$\approx_W$ [42.38]	$\succ_1$ [578.73; 0.00]
Privada independiente	$\approx_W$ [9.50]	$\approx_W$ [5.55]	$\approx_W$ [22.95]	$\approx_W$ [28.52]	$\approx_W$ [31.55]	$\succ_1$ [384.71; 0.00]
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Calidad profesores alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [440.26; 33.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [30.58]	-	-	-	-	-
Calidad profesores media						
Pública	$\prec_2$ [0.00; 262.56]	$\prec_2$ [13.82; 1178.40]	$\approx_W$ [48.51]	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [294.88; 0.33]	$\approx_W$ [65.64]	$\approx_W$ [40.75]	$\succ_1$ [861.28; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [243.50; 0.00]	$\approx_W$ [61.88]	$\approx_W$ [37.36]	$\approx_W$ [713.86; 0.00]	$\approx_W$ [20.91]	-
Calidad profesores baja						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 789.31]	$\prec_1$ [18.17; 3247.71]	$\prec_1$ [0.00; 186.22]	$\prec_1$ [0.89; 344.82]	$\prec_1$ [0.00; 2747.08]	$\prec_1$ [0.00; 2307.95]
Privada subvencionada	$\succ_1$ [243.89; 10.59]	$\prec_1$ [27.20; 205.33]	$\approx_W$ [26.43]	$\approx_W$ [622.29; 0.00]	$\approx_W$ [92.91]	$\prec_1$ [0.00; 122.87]
Privada independiente	$\succ_1$ [191.43; 7.34]	$\prec_1$ [31.18; 124.97]	$\approx_W$ [20.15]	$\approx_W$ [338.56; 0.00]	$\approx_W$ [75.18]	$\approx_W$ [16.00]

Nota: estadístico del test entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\approx_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden 1 a la columna;  $\prec_1$ : la columna domina en sentido estocástico de orden 1 a la fila. Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

En síntesis, se observa que solo para algunos grupos de alumnos se encuentran dadas las condiciones para la existencia de IOP entre los distintos tipos de establecimientos educativos. En general, los grupos de alumnos que asisten a escuelas públicas presentan iguales oportunidades que los alumnos que asisten a escuelas privadas y provienen de contextos más desfavorables (circunstancias bajas o medias). Estos resultados ofrecen evidencia de porqué las familias se han volcado en enviar a sus hijos a escuelas privadas en los últimos años. Los alumnos de contextos más desfavorecidos que asisten al sistema privado pueden alcanzar las mismas oportunidades educativas que aquellos que asisten a las escuelas públicas que provienen de contextos más favorables (mayor nivel educativo de los padres, socioeconómico y recursos educativos del colegio).

Los demás casos muestran una clara preferencia por las distribuciones de alumnos de escuelas privadas. La distribución de este grupo de alumnos domina a la mayoría del resto de las distribuciones. Los resultados sugieren que el grupo de alumnos de escuelas privadas de contextos favorable (padres con alto nivel educativo, alto nivel socioeconómico familiar y clima educativo del colegio alto) es el grupo con más ventajas sobre los demás, más aún si se considera solo alumnos con esfuerzo bajo. Luego le siguen los alumnos de escuelas privadas independientes. Los alumnos de escuelas públicas con contextos medios o bajos son los más desfavorecidos. Si se tiene en cuenta que las pruebas PISA evalúan competencias de los alumnos, es decir, las capacidades necesarias para poder desarrollarse en una sociedad, se encuentra que los alumnos que asisten a escuelas públicas no disponen de las mismas capacidades para desarrollarse en un futuro plenamente que alumnos que asisten a escuelas privadas, en especial, si estos últimos presentan circunstancias favorables.

Un ejercicio interesante que puede arrojar un mayor entendimiento es analizar si las preferencias entre las distribuciones de resultados de los alumnos cambian si se consideran alumnos de escuelas secundarias o alumnos de escuela primaria. Se podría pensar que al comienzo de la etapa educativa todos los alumnos parten con las competencias que el hogar y su familia le han transmitido y a medida que transcurren su etapa dentro del sistema educativo, éste último complementa dichas competencias. Si la escuela pública jugara un rol igualador de oportunidades, entonces independientemente del comienzo de cada alumno debiera asegurar que los alumnos finalicen con iguales ventajas que los alumnos de escuela privada y no que dichas ventajas, a medida que avanzan en los niveles educativos, sean cada vez más distintas. Trabajando con esta posible hipótesis, se realizó un análisis para el caso de matemática a partir de la bases de datos TERCE de la UNESCO. Esta base de datos corresponde a un programa internacional de la UNESCO que analiza las competencias de los alumnos de las escuelas primarias (más precisamente alumnos de tercer y sexto grado) de varios países, entre ellos se encuentra Argentina. Si bien no son estrictamente comparables los resultados obtenidos con PISA, para el nivel primario se encuentra, a diferencia de los alumnos de la secundaria, que los alumnos de escuelas públicas y privadas que provienen de contextos similares cumplen con la condición necesaria para que haya IOP. Esto podría sugerir, aunque solo es una conjetura, que las oportunidades de los alumnos de escuelas públicas y privadas se vuelven más desiguales a medida que transcurren por el sistema educativo del país.

## **5. Conclusiones**

Las oportunidades educativas ocupan un lugar central para igualar el campo de juego de las personas. Al comienzo de este trabajo se hizo la pregunta si en Argentina la escuela pública continúa teniendo un rol igualador de oportunidades. Más precisamente, si los alumnos que asisten a las escuelas públicas presentan las mismas probabilidades de obtener determinados desempeños educativos que los alumnos de las escuelas privadas. Para contestar si existe evidencia de IOP entre dichos alumnos, se compararon funciones de distribución de resultados educativos de diferentes grupos de alumnos que asisten a escuelas públicas y a escuelas

privadas.

El trabajo se concentró en probar si alumnos que se esfuerzan igual y difieren en circunstancias tienen las mismas probabilidades de obtener determinados desempeños educativos. El objetivo principal fue comparar distribuciones de desempeño de los diferentes grupos de alumnos utilizando principios de dominancia estocástica de primer y segundo orden. En los casos donde no fue posible ordenarlas de acuerdo a una relación de preferencia se concluyó que entre dichos grupos de alumnos se encuentran dadas las condiciones para que exista IOP.

Los resultados sugieren que los alumnos de la escuela pública de contextos menos favorecidos son los que menos ventajas tienen ya que para estos alumnos no están dadas las condiciones necesarias ni suficientes para la existencia de IOP. A su vez los grupos de alumnos de escuelas públicas más favorecidos por circunstancias externas no pueden competir con los alumnos de las escuelas privadas con circunstancias similares. Estos últimos son los que más ventajas presentan respecto al resto de los grupos. Más aún, en la mayoría de los casos la escuela pública no consigue igualar las oportunidades de los alumnos con la de los alumnos de escuelas privadas con similares o peores circunstancias. Los resultados son robustos al condicionar por distintos esfuerzos y diferentes variables de circunstancia de los alumnos.

Cabe destacar algunas consideraciones finales sobre los resultados encontrados y el método utilizado aquí. En principio, solo se provee evidencia sobre si están dadas las condiciones para que haya IOP educativas pero no se ofrece una cuantificación ni medición del grado de IOP. El método se basa en obtener una relación de preferencia entre los diferentes grupos de alumnos en cuanto a las ventajas de cada uno sobre los demás pero no qué tan diferentes son dichas ventajas. Es decir, no es posible conocer qué tan alejada se encuentra la escuela pública de su rol igualador de oportunidades.

Por otro lado, a lo largo de este documento se incorpora el esfuerzo individual como un factor esencial para el análisis de IOP, no solo desde el marco teórico sino también en el análisis empírico. No obstante, la tarea de encontrar una variable que refleje los esfuerzos de los alumnos no es sencilla. En primer lugar, se consideraron las horas de estudio del alumno ya que las mismas pueden constituir un factor controlable por el individuo y realizar dicha acción conlleva un costo de oportunidad que se puede asociar a un tipo de esfuerzo. En segundo lugar, se consideraron las horas de clases que tiene el alumno en la escuela, si bien estrictamente no corresponde a un tipo de esfuerzo individual ya que son las autoridades educativas de las respectivas jurisdicciones quienes establecen los días de clases así como las horas, las mismas se pueden asociar a una desigualdad socialmente aceptable.

Una ventaja que surge de la metodología es que no es necesario realizar supuestos sobre la relación entre el esfuerzo y las circunstancias observadas. Esto resulta muy conveniente en el caso de educación ya que por ejemplo el tiempo de estudio podría estar relacionado con el entorno del alumno. Aún así el análisis reposa en algunos supuestos sobre las variables no observadas y es preciso preguntarse si se está dispuesto a aceptar estos supuestos y qué tanto los factores no observables de interés para el análisis pueden considerarse independientes. En particular, se asume que tanto las circunstancias y esfuerzos no observados son independientes de las circunstancias y esfuerzos observados. Por definición, el esfuerzo es una variable controlable completamente por los individuos independiente de las circunstancias, con lo cual es poco probable que los demás esfuerzos no observados estén relacionados con las circunstancias ya que se estaría en contra del modelo que sustenta la teoría de IOP. En cuanto al supuesto de independencia de las circunstancias no observadas el mismo puede ser más difícil de aceptar.

A partir de lo anterior, se advierte que los resultados encontrados pueden recaer en problemas de endogeneidad e interpretaciones desacertadas sobre los efectos del tipo de escuela. Sin embargo, el principal interés no corresponde a si la escuela pública genera IOP (efecto causal) sino a si determinados grupos de alumnos de escuelas públicas que comparten características similares presentan las condiciones para igualar en ventajas a los grupos de

alumnos de escuela privada, independientemente de cuáles son los factores que generan las respectivas distribuciones de resultados. Con lo cual el problema de endogeneidad en los resultados no debería restringir completamente las conclusiones, pero si lleva a tener muy en cuenta las limitaciones de las conclusiones del estudio. Si se encuentra que las condiciones para IOP se cumplen es conveniente preguntarse si se está dispuesto a aceptar que todas las características de los alumnos no observadas que son relevantes para el análisis pueden ser consideradas independientes del esfuerzo y las circunstancias observadas.

El uso de un método no paramétrico para testear las diferentes distribuciones es que el análisis es robusto para cualquier función de bienestar creciente y cóncava y familias de índices de igualdad. Sin embargo, una de las mayores desventajas que tiene el uso de técnicas no paramétricas de estimación, a diferencia de sus contrapartes paramétricas, es que requieren un enorme esfuerzo computacional. Una limitación del método utilizado en este estudio es el número de variables de circunstancias y esfuerzo con la que es posible trabajar. Mientras más variables se utilizan más grupos de alumnos surgen y la cantidad de observaciones en cada uno se reduce considerablemente. A su vez probar las condiciones de existencia de IOP implica un exigente e intensivo uso de los datos. La contrastación empírica realizada en este trabajo puede ser perfeccionada extendiendo la metodología a otros métodos no paramétricos de estimación con mejores propiedades estadísticas (Fan y Gijbels, 1996; Schimek, 2000) y otros test como los propuestos en Bierens (1982); Fan y Li (2000), entre otros. No obstante, la utilización de estos últimos métodos no es directa dadas las particularidades que presenta la muestra de PISA (valores plausibles, muestreo, ponderación), por lo que resulta imperioso un profundo análisis sobre la factibilidad metodológica de estas posibles líneas de acción futura.

Por último, hasta donde se conoce existe escasa evidencia sobre IOP entre escuelas públicas y privadas en Argentina a partir de análisis no paramétricos, con lo cual el principal objetivo de este trabajo es aportar nueva evidencia sobre el rol igualador del sistema educativo del país entendiendo, por supuesto, que existe un largo camino de investigaciones futuras para poder analizar este fenómeno en forma acabada.

## Referencias

- Angrist, J. D. y Pischke, J. V. (1999). Using maimonides' rule to estimate the effect of class size on student achievement. *Quarterly Journal of Economics*, 114:533–575.
- Betts, J. R. (1996). *Is There a Link between School Inputs and Earnings? Fresh Scrutiny of an Old Literature*, pp. 141–191. Press.
- Bierens, H. J. (1982). Consistent model specification tests. *Journal of Econometrics*, 20:105–134.
- Björklund, A., Jäntti, M., y Roemer, J. E. (2012). Equality of Opportunity and the Distribution of Long-Run Income in Sweden. *Social Choice and Welfare*, 39:675–696.
- Bourguignon, F., Ferreira, F. H. G., y Menéndez, M. (2007). Inequality of opportunity in brazil. *Review of Income Wealth*, 53(4):585–618.
- Bourguignon, F., Ferreira, F. H. G., y Menéndez, M. (2013). Inequality of opportunity in brazil: a corrigendum. *Review of Income Wealth*, 59(3):551–555.
- Case, A. y Deaton, A. (1999). School inputs and educational outcomes in south africa. *Quarterly Journal of Economics*, pp. 1047–1084.
- Checchi, D. y Peragine, V. (2005). Regional disparities and inequality of opportunity: The case of italy. *Discussion Papers*, (1874):429–450. Institute for the Study of Labor (IZA).

- Checchi, D. y Peragine, V. (2010). Inequality of opportunity in Italy. *Journal of Economic Inequality*, 8(4):429–450.
- Coleman, J., E.Q., C., C.J., H., J., M., A.M., M., F.D., W., y R.L., Y. (1966). Equality of educational opportunity. Technical report, U.S. Government Printing Office, Washington, DC.
- Davidson, R. y Duclos, J.-Y. (2000). Statistical inference for stochastic dominance and for the measurement of poverty and inequality. *Econometrica*, 68(6):1435–1464.
- DINIECE (2015). Anuarios estadístico 2014. Technical report, Ministerio de Educación, Argentina.
- Fan, J. y Gijbels, I. (1996). *Local Polynomial Modelling and Its Applications*. London: Chapman & Hall.
- Fan, J. y Li, Q. (2000). Consistent model specification tests: Kernel-based tests versus Bierens' tests. *Econometric Theory*, 16:1016–1041.
- Ferreira, F. H. G. y Gignoux, J. (2011). The measurement of inequality of opportunity: Theory and an application to Latin America. *The Review of Income and Wealth*, 57(4):622–657.
- Ferreira, F. H. G., Gignoux, J., y Aran, M. (2011). Measuring inequality of opportunity with imperfect data: the case of Turkey. *Journal of Economic Inequality*, 9(4):651–680. Springer.
- Foster, J. E. y Shorrocks, A. F. (1988a). Poverty orderings. *Econometrica*, pp. 173–177.
- Foster, J. E. y Shorrocks, A. F. (1988b). Poverty orderings and welfare dominance. *Social Choice and Welfare*, 5:179–198.
- Gamboa, L. F. y Waltenberg, F. D. (2012). Inequality of opportunity for educational achievement in Latin America: Evidence from PISA 2006–2009. *Economics of Education Review*, 31(5):694–708.
- Gasparini, L., Jaume, D., M., S., y E., V. (2011). La segregación entre escuelas públicas y privadas en Argentina. Reconstruyendo la evidencia. *Desarrollo Económico-Revista de Ciencias Sociales*, 51(202-203):189–219.
- Hanushek, E. A. (1979). Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions. *Journal of Human Resources*, pp. 351–388.
- Hanushek, E. A. (1986). The economics of schooling: Production and efficiency in public schools. *Journal of Economic Literature*, 24(3):1141–1177.
- Hanushek, E. A. (1997). Assessing the effects of school resources on student performance: An update. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 19(2):141–164.
- Hanushek, E. A. (2006). Chapter 14 School resources. Volumen 2 de *Handbook of the Economics of Education*, pp. 865 – 908. Elsevier.
- Kodde, D. y Palm, F. (1986). Wald criteria for jointly testing equality and inequality restrictions. *Econometrica*, 54:1243–1248.
- Lefranc, A., Pistolesi, N., y Trannoy, A. (2009). Equality of opportunity and luck: Definitions and testable conditions, with an application to income in France. *Journal of Public Economics*, 93(11-12):1189–207.
- Peragine, V. (2004). Ranking income distributions according to equality of opportunity. *Journal of Economic Inequality*, 2(1):11–30. Springer.

- Ravallion, M. (2015). Inequality when effort matters. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Roemer, J. E. (1998). *Equality of Opportunity*. Harvard University Press. Cambridge.
- Roemer, J. E. y Trannoy, A. (2015). *Handbook of Income Distribution*, caplo Equality of Opportunity.
- Schimek, M. G. (2000). *Smoothing and regression: approaches, computation, and application*. John Wiley & Sons.
- Singh (2012). Inequality of opportunity in earnings and consumption expenditure: the case of indian men. *The Review of Income and Wealth*, 58(1):79–106.

## Anexo

### Estadísticas descriptivas

**Tabla A.1:** Puntajes promedios pruebas PISA según circunstancias del alumno.

Promedio puntajes pruebas PISA	Tipo de establecimiento			Total
	Público	Privado subvencionado	Privado independiente	
<i>Según máximo nivel educativo alcanzado por los padres</i>				
<b>Alto</b>				
<i>Matemática</i>	380	442	452	410
	[3.25]	[3.93]	[10.13]	[2.82]
<i>Lectura</i>	380	458	462	417
	[4.00]	[5.41]	[11.52]	[3.32]
<i>Ciencia</i>	396	463	466	427
	[3.54]	[4.09]	[9.58]	[2.93]
<b>Medio</b>				
<i>Matemática</i>	363	426	424	382
	[3.05]	[6.23]	[14.04]	[3.21]
<i>Lectura</i>	358	437	436	382
	[4.09]	[5.84]	[12.15]	[3.66]
<i>Ciencia</i>	372	442	439	393
	[3.26]	[5.76]	[11.90]	[3.26]
<b>Bajo</b>				
<i>Matemática</i>	337	374	370	344
	[3.37]	[7.08]	[9.60]	[2.94]
<i>Lectura</i>	337	381	380	345
	[3.73]	[13.79]	[14.81]	[3.34]
<i>Ciencia</i>	346	391	384	354
	[3.29]	[10.20]	[11.63]	[3.09]
<i>Según nivel socioeconómico cultural familiar</i>				
<b>Alto</b>				
<i>Matemática</i>	405	450	464	433
	[3.95]	[3.88]	[10.09]	[2.84]
<i>Lectura</i>	404	465	474	440
	[4.59]	[5.60]	[12.33]	[3.46]
<i>Ciencia</i>	420	470	478	450
	[4.51]	[3.90]	[9.36]	[2.87]
<b>Medio</b>				
<i>Matemática</i>	362	423	405	380
	[2.96]	[5.26]	[9.52]	[2.90]
<i>Lectura</i>	361	438	421	384
	[3.99]	[5.39]	[8.98]	[3.58]
<i>Ciencia</i>	376	442	422	395
	[3.01]	[5.35]	[8.66]	[3.02]
<b>Bajo</b>				
<i>Matemática</i>	341	383	373	348
	[2.99]	[6.91]	[8.97]	[2.76]
<i>Lectura</i>	339	390	383	348
	[3.14]	[11.64]	[13.06]	[2.85]
<i>Ciencia</i>	350	399	387	358
	[2.87]	[8.53]	[10.71]	[2.72]

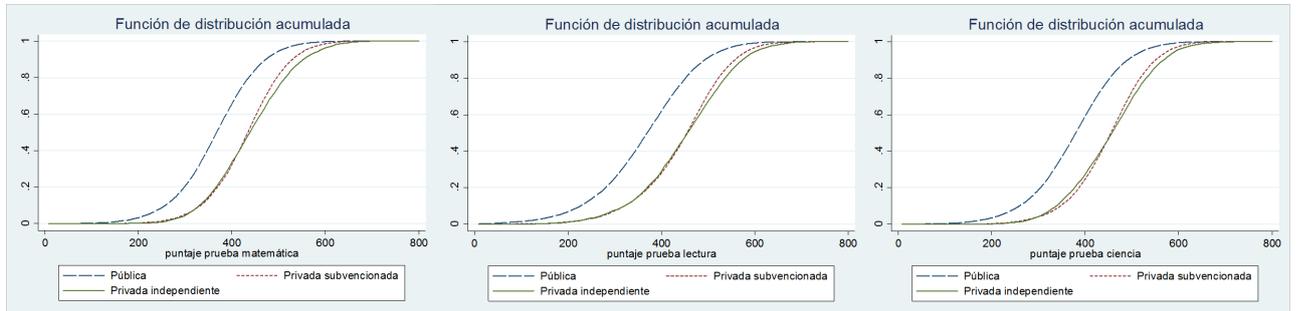
**Table A.1 (cont.):** Puntajes promedios pruebas PISA según circunstancias del alumno.

Promedio puntajes pruebas PISA	Tipo de establecimiento			Total
	Público	Privado subvencionado	Privado independiente	
<i>Según clima educativo del colegio</i>				
<b>Alto</b>				
<i>Matemática</i>	410 [10.48]	449 [4.44]	461 [12.16]	442 [4.92]
<i>Lectura</i>	423 [12.73]	468 [7.17]	473 [12.79]	457 [5.54]
<i>Ciencia</i>	434 [10.03]	471 [4.19]	473 [12.16]	461 [4.48]
<b>Medio</b>				
<i>Matemática</i>	357 [3.32]	406 [8.77]	386 [9.44]	366 [3.28]
<i>Lectura</i>	353 [3.81]	416 [10.37]	394 [11.42]	365 [3.61]
<i>Ciencia</i>	367 [3.32]	422 [9.41]	404 [10.60]	377 [3.36]
<b>Bajo</b>				
<i>Matemática</i>	320 [12.93]	385 [7.46]	s.d.	332 [12.11]
<i>Lectura</i>	319 [13.18]	369 [26.20]	s.d.	330 [12.58]
<i>Ciencia</i>	329 [11.66]	412 [15.11]	s.d.	343 [12.19]
<i>Según calidad de los recursos educativos del colegio</i>				
<b>Alto</b>				
<i>Matemática</i>	387 [4.41]	451 [6.76]	463 [14.25]	418 [4.04]
<i>Lectura</i>	388 [5.78]	467 [6.66]	475 [14.89]	425 [4.58]
<i>Ciencia</i>	399 [5.41]	465 [7.13]	479 [14.02]	430 [4.46]
<b>Medio</b>				
<i>Matemática</i>	368 [5.42]	433 [6.60]	434 [17.43]	392 [5.28]
<i>Lectura</i>	370 [7.30]	450 [6.94]	442 [18.63]	399 [6.46]
<i>Ciencia</i>	381 [6.08]	454 [6.27]	442 [16.73]	407 [5.55]
<b>Bajo</b>				
<i>Matemática</i>	341 [5.55]	395 [9.43]	393 [13.38]	354 [4.78]
<i>Lectura</i>	334 [6.00]	402 [13.83]	408 [12.14]	350 [5.19]
<i>Ciencia</i>	350 [5.19]	419 [11.45]	420 [11.49]	367 [4.42]
<i>Según calidad de los profesores del colegio</i>				
<b>Alto</b>				
<i>Matemática</i>	400 [9.40]	442 [9.07]	453 [55.61]	414 [7.60]
<i>Lectura</i>	397 [11.03]	469 [12.11]	478 [58.77]	421 [9.56]
<i>Ciencia</i>	411 [12.19]	465 [10.03]	471 [46.32]	429 [9.27]
<b>Medio</b>				
<i>Matemática</i>	380 [8.30]	425 [11.41]	453 [30.33]	409 [6.32]
<i>Lectura</i>	373 [10.09]	446 [11.49]	466 [35.21]	414 [8.04]
<i>Ciencia</i>	390 [8.49]	453 [10.54]	465 [32.44]	425 [6.88]
<b>Bajo</b>				
<i>Matemática</i>	354 [5.57]	436 [9.12]	438 [28.81]	381 [6.36]
<i>Lectura</i>	354 [8.01]	451 [8.87]	446 [22.48]	386 [7.51]
<i>Ciencia</i>	363 [6.09]	454 [9.34]	449 [20.90]	393 [6.45]

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA.

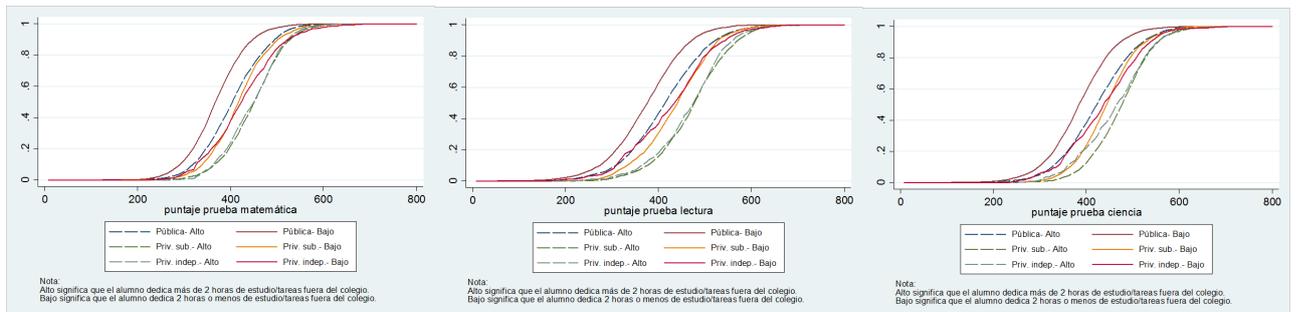
## Gráficos

**Gráfico A.1:** Funciones de distribución acumulada según tipo de establecimiento.



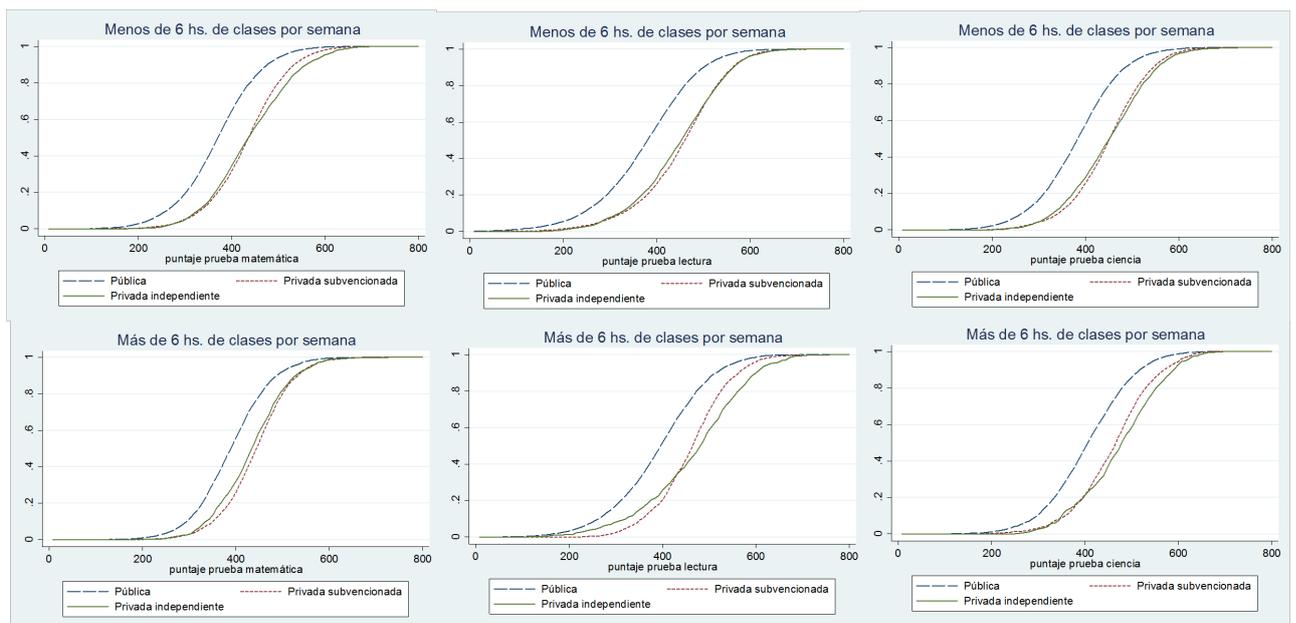
Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Gráfico A.2:** Funciones de distribución acumulada según tipo de establecimiento y esfuerzo.



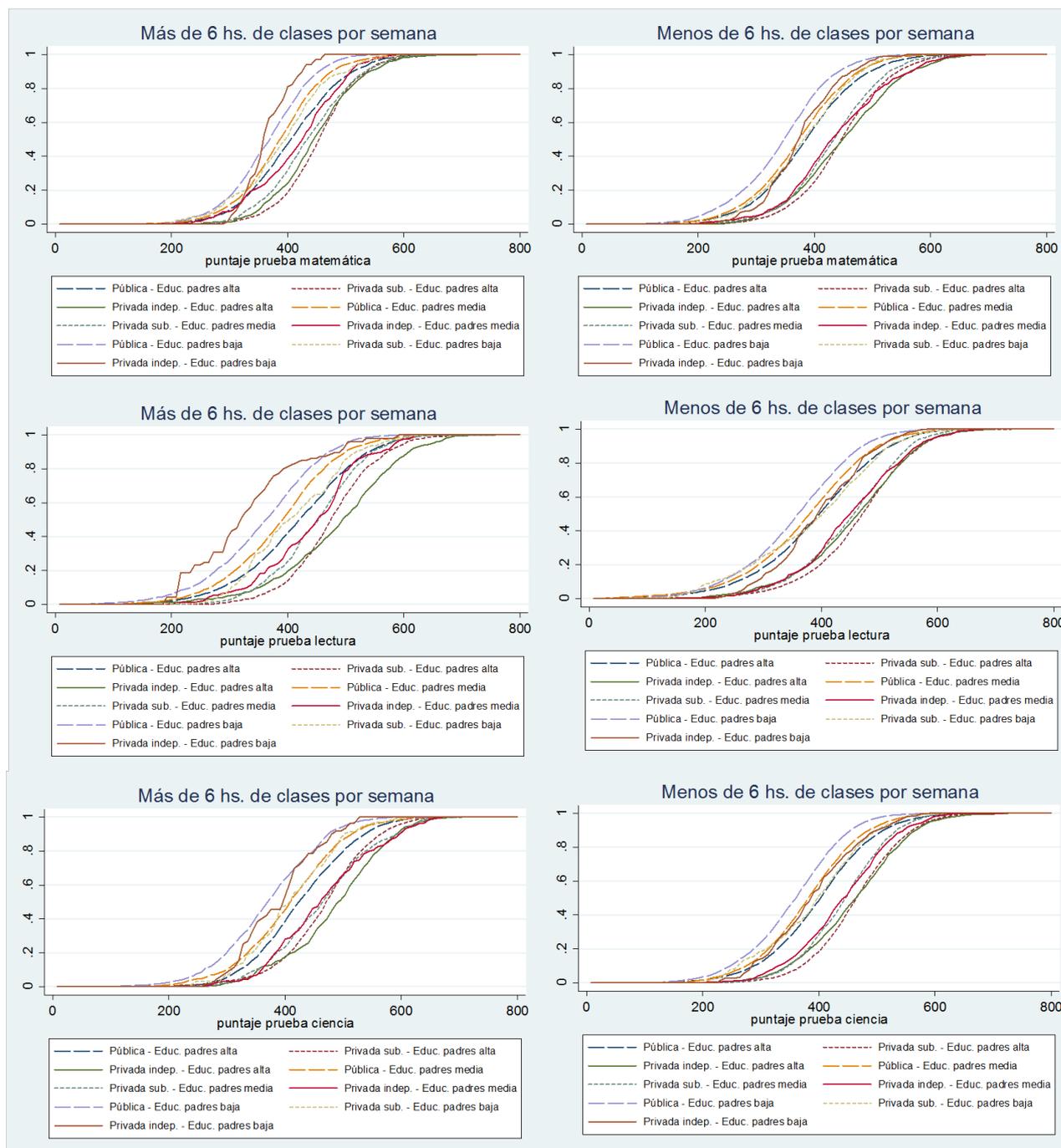
Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA del año 2012.

**Gráfico A.3:** Funciones de distribución acumulada según tipo de establecimiento y esfuerzo.



Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Gráfico A.4:** Funciones de distribución acumulada según tipo de establecimiento, esfuerzo y educación de los padres.



Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

## Resultados de test de funciones de distribuciones acumuladas

**Tabla A.2:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de lectura según tipo de establecimiento, esfuerzo y nivel educativo de los padres.

	Educación padres alta			Educación padres media			Educación padres baja		
	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>									
Educación padres alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [858.82; 0.00]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [437.68; 0.11]	$\simeq_W$ [76.0]	-	-	-	-	-	-	-
Educación padres media									
Pública	$\succ_1$ [0.03; 128.40]	$\succ_1$ [0.00; 1259.12]	$\succ_1$ [0.00; 816.30]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [220.55; 0.00]	$\simeq_W$ [55.2]	$\simeq_W$ [96.8]	$\succ_1$ [433.31; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [54.1]	$\simeq_W$ [44.3]	$\simeq_W$ [43.9]	$\succ_1$ [135.83; 0.00]	$\simeq_W$ [7.3]	-	-	-	-
Educación padres baja									
Pública	$\succ_1$ [0.00; 383.21]	$\succ_1$ [0.00; 1475.64]	$\succ_1$ [0.00; 1086.17]	$\simeq_W$ [108.6]	$\succ_1$ [0.00; 714.09]	$\succ_1$ [0.00; 318.45]	-	-	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [42.2]	$\simeq_W$ [108.1]	$\simeq_W$ [106.7]	$\simeq_W$ [63.2]	$\simeq_W$ [40.3]	$\simeq_W$ [19.7]	$\succ_1$ [191.37; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [65.7]	$\succ_1$ [0.00; 122.15]	$\succ_2$ [2.10; 1879.07]	$\simeq_W$ [41.2]	$\simeq_W$ [86.7]	$\simeq_W$ [69.1]	$\simeq_W$ [54.9]	$\simeq_W$ [38.1]	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>									
Educación padres alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [4135.11; 0.01]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [1706.07; 0.00]	$\simeq_W$ [72.7]	-	-	-	-	-	-	-
Educación padres media									
Pública	$\succ_1$ [0.00; 228.07]	$\succ_1$ [0.00; 5549.18]	$\succ_1$ [0.00; 2429.52]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [2098.43; 0.00]	$\simeq_W$ [120.7]	$\simeq_W$ [23.0]	$\succ_1$ [2946.13; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [800.99; 0.00]	$\simeq_W$ [54.2]	$\simeq_W$ [11.5]	$\succ_1$ [1142.32; 0.00]	$\simeq_W$ [4.9]	-	-	-	-
Educación padres baja									
Pública	$\succ_1$ [0.30; 633.38]	$\succ_1$ [0.00; 5419.06]	$\succ_1$ [0.00; 2833.06]	$\succ_1$ [16.50; 173.26]	$\succ_1$ [0.00; 3275.46]	$\succ_1$ [0.00; 1420.90]	-	-	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [45.3]	$\succ_1$ [3.41; 687.26]	$\succ_1$ [0.00; 452.78]	$\simeq_W$ [61.5]	$\succ_1$ [0.00; 460.34]	$\succ_1$ [0.00; 323.91]	$\succ_1$ [126.06; 1.82]	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [685.12; 1.39]	$\succ_1$ [35.63; 168.05]	$\succ_1$ [6.79; 114.44]	$\succ_1$ [638.68; 0.08]	$\simeq_W$ [104.8]	$\simeq_W$ [84.7]	$\succ_1$ [487.00; 0.00]	$\simeq_W$ [95.1]	-

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\simeq_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden 1 a la columna;  $\succ_2$ : la columna domina en sentido estocástico de orden 2 a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.3:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de ciencia según tipo de establecimiento, esfuerzo y nivel educativo de los padres.

	Educación padres alta			Educación padres media			Educación padres baja		
	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>									
Educación padres alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [361,44;0,55]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [316,53;0,0]	$\succ_1$ [36,9]	-	-	-	-	-	-	-
Educación padres media									
Pública	$\simeq_W$ [84,6]	$\prec_1$ [0,0;542,13]	$\prec_1$ [0,0;506,24]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [141,42;0,0]	$\simeq_W$ [24,6]	$\simeq_W$ [33,4]	$\succ_1$ [303,16;0,0]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [48,5]	$\simeq_W$ [14,8]	$\simeq_W$ [12,1]	$\succ_1$ [131,0;0,0]	$\simeq_W$ [2,4]	-	-	-	-
Educación padres baja									
Pública	$\prec_1$ [0,0;377,75]	$\prec_1$ [0,0;949,95]	$\prec_1$ [0,0;874,18]	$\prec_1$ [0,0;132,95]	$\prec_1$ [0,0;657,54]	$\prec_1$ [0,0;306,83]	-	-	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [14,6]	$\simeq_W$ [81,4]	$\simeq_W$ [99,1]	$\simeq_W$ [26,8]	$\simeq_W$ [53,00]	$\simeq_W$ [35,5]	$\simeq_W$ [89,3]	-	-
Privada independiente	$\simeq_W$ [24,7]	$\simeq_W$ [55,6]	$\simeq_W$ [58,3]	$\simeq_W$ [46,9]	$\simeq_W$ [38,2]	$\simeq_W$ [31,8]	$\simeq_W$ [64,7]	$\simeq_W$ [4,8]	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>									
Educación padres alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [3206,84;0,0]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [1189,72;0,0]	$\simeq_W$ [51,3]	-	-	-	-	-	-	-
Educación padres media									
Pública	$\prec_1$ [0,67;230,19]	$\prec_1$ [0,0;4781,53]	$\prec_1$ [0,0;1942,12]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1198,80;0,38]	$\prec_1$ [1,69; 133,14]	$\simeq_W$ [54,0]	$\succ_1$ [1963,21;0,00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [386,45;0,0]	$\simeq_W$ [82,8]	$\simeq_W$ [28,2]	$\succ_1$ [672,22;0,0]	$\simeq_W$ [12,8]	-	-	-	-
Educación padres baja									
Pública	$\prec_1$ [0,0;1084,94]	$\prec_1$ [0,0;6427,77]	$\prec_1$ [0,0;3264,27]	$\prec_1$ [0,0;387,06]	$\prec_1$ [0,0;3267,61]	$\prec_1$ [0,0;1419,12]	-	-	-
Privada subvencionada	$\simeq_W$ [55,8]	$\prec_1$ [0,98;552,9]	$\prec_1$ [0,0;368,72]	$\simeq_W$ [40,2]	$\prec_1$ [0,0;280,35]	$\prec_1$ [0,0;169,20]	$\succ_1$ [216,30; 0,0]	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [156,42;5,15]	$\prec_2$ [3,38; 307,51]	$\prec_1$ [0,90;18,75]	$\simeq_W$ [73,5]	$\simeq_W$ [92,6]	$\simeq_W$ [67,8]	$\succ_1$ [273,38;0,0]	$\simeq_W$ [12,4]	-

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\simeq_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_1$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.4:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de lectura según tipo de establecimiento, esfuerzo y nivel socioeconómico familiar.

	Nivel socioeconómico alto			Nivel socioeconómico medio			Nivel socioeconómico bajo		
	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>									
Nivel socioeconómico alto									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [505.49; 0.00]	$=_W$ 83.6	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [318.11; 0.03]	[83.6]	-	-	-	-	-	-	-
Nivel socioeconómico medio									
Pública	$\prec_1$ [0.34; 130.44]	$\prec_1$ [0.00; 1124.84]	$\prec_1$ [0.09; 817.51]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [175.75; 0.02]	$=_W$ [47.7]	$=_W$ [112.8]	$\succ_1$ [435.73; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$=_W$ [114.8]	$=_W$ [73.9]	$=_W$ [114.3]	$\succ_1$ [154.23; 0.00]	$=_W$ [28.9]	-	-	-	-
Nivel socioeconómico bajo									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 673.06]	$\prec_1$ [0.00; 2296.59]	$\prec_1$ [0.00; 1682.81]	$\prec_1$ [0.00; 278.75]	$\prec_1$ [0.00; 1156.15]	$\prec_1$ [0.00; 516.05]	-	-	-
Privada subvencionada	$=_W$ [53.7]	$\prec_1$ [0.00; 194.61]	$\prec_1$ [5.45; 210.45]	$=_W$ [65.9]	$=_W$ [71.5]	$=_W$ [14.1]	$\succ_1$ [388.33; 0.00]	-	-
Privada independiente	$=_W$ [72.2]	$\prec_1$ [0.00; 172.00]	$\prec_1$ [3.01; 175.00]	$=_W$ [38.0]	$=_W$ [114.9]	$=_W$ [62.2]	$=_W$ [49.9]	-	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>									
Nivel socioeconómico alto									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [2207.00; 0.21]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [1009.3; 0.00]	$=_W$ [56.7]	-	-	-	-	-	-	-
Nivel socioeconómico medio									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 933.69]	$\prec_1$ [0.00; 7045.72]	$\prec_1$ [0.00; 3365.46]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [544.16; 0.01]	$\prec_1$ [7.58; 314.91]	$=_W$ [122.6]	$\prec_1$ [0.00; 122.64]	$\succ_1$ [2690.36; 0.00]	-	-	-	-
Privada independiente	$=_W$ [102.4]	$\prec_1$ [19.71; 263.02]	$\prec_1$ [0.00; 167.17]	$\succ_1$ [660.55; 0.00]	$=_W$ [45.9]	-	-	-	-
Nivel socioeconómico bajo									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 1905.07]	$\prec_1$ [0.00; 8993.48]	$\prec_1$ [0.00; 4625.06]	$\prec_1$ [18.19; 239.90]	$\prec_1$ [0.00; 3956.91]	$\prec_1$ [0.00; 918.32]	-	-	-
Privada subvencionada	$=_W$ [81.5]	$\prec_1$ [3.43; 1075.30]	$\prec_1$ [0.00; 733.58]	$=_W$ [105.5]	$\prec_1$ [0.00; 447.61]	$\prec_1$ [0.00; 125.39]	$\succ_1$ [299.55; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [144.86; 40.37]	$\prec_1$ [33.79; 373.39]	$\prec_1$ [1.96; 298.92]	$\succ_1$ [700.17; 0.16]	$\prec_1$ [13.58; 161.78]	$=_W$ [60.5]	$\succ_1$ [649.56; 0.00]	$=_W$ [75.2]	-

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $=_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_1$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila. Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.5:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de ciencia según tipo de establecimiento, esfuerzo y nivel socioeconómico familiar.

	Nivel socioeconómico alto			Nivel socioeconómico medio			Nivel socioeconómico bajo		
	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>									
Nivel socioeconómico alto									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [174.06; 0.00]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [112.4]	$\approx_W$ [10.4]	-	-	-	-	-	-	-
Nivel socioeconómico medio									
Pública	$\prec_1$ [0.50; 260.94]	$\prec_1$ [0.00; 853.89]	$\prec_1$ [0.00; 563.34]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\approx_W$ [6.0]	$\approx_W$ [107.4]	$\approx_W$ [80.9]	$\succ_1$ [230.17; 0.17]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [20.4]	$\approx_W$ [30.8]	$\approx_W$ [27.2]	$\approx_W$ [89.5]	$\approx_W$ [18.2]	-	-	-	-
Nivel socioeconómico bajo									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 760.76]	$\prec_1$ [0.00; 1572.10]	$\succ_2$ [0.00; 2117.51]	$\prec_1$ [0.00; 199.60]	$\prec_1$ [0.00; 647.38]	$\prec_1$ [0.00; 286.03]	-	-	-
Privada subvencionada	$\approx_W$ [71.2]	$\prec_1$ [0.00; 196.62]	$\prec_1$ [0.00; 182.33]	$\approx_W$ [19.8]	$\approx_W$ [73.0]	$\approx_W$ [32.1]	$\succ_1$ [158.46; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [35.6]	$\approx_W$ [51.3]	$\approx_W$ [52.3]	$\approx_W$ [31.1]	$\approx_W$ [33.5]	$\approx_W$ [17.3]	$\approx_W$ [98.6]	$\approx_W$ [2.7]	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>									
Nivel socioeconómico alto									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [1481.09; 0.00]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [801.68; 0.00]	$\approx_W$ [27.6]	-	-	-	-	-	-	-
Nivel socioeconómico medio									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 765.33]	$\prec_1$ [0.00; 5437.85]	$\prec_1$ [0.00; 2932.93]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [252.43; 1.12]	$\prec_1$ [0.00; 337.24]	$\prec_1$ [0.00; 195.59]	$\succ_1$ [1651.42; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [29.4]	$\prec_1$ [0.00; 306.49]	$\prec_1$ [0.00; 251.88]	$\succ_1$ [194.77; 0.00]	$\approx_W$ [75.1]	-	-	-	-
Nivel socioeconómico bajo									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 2308.11]	$\prec_1$ [0.00; 9907.95]	$\prec_1$ [0.00; 5464.69]	$\prec_1$ [0.34; 481.01]	$\prec_1$ [0.00; 3784.35]	$\prec_1$ [0.00; 602.72]	-	-	-
Privada subvencionada	$\approx_W$ [103.3]	$\prec_1$ [0.00; 896.44]	$\prec_1$ [0.00; 692.20]	$\approx_W$ [86.3]	$\prec_1$ [2.27; 302.54]	$\approx_W$ [36.6]	$\succ_1$ [397.52; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\approx_W$ [81.5]	$\prec_1$ [0.00; 342.42]	$\prec_1$ [0.00; 305.48]	$\approx_W$ [79.2]	$\prec_1$ [4.05; 149.82]	$\approx_W$ [29.2]	$\succ_1$ [244.22; 0.00]	$\approx_W$ [14.3]	-

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\approx_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden 1 a la columna;  $\prec_1$ : la columna domina en sentido estocástico de orden 1 a la fila. Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.6:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de lectura según tipo de establecimiento, esfuerzo y clima educativo.

	clima educativo alto			clima educativo medio			clima educativo bajo		
	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>									
Clima educativo alto									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [211.92; 0.09]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [179.92; 0.00]	$\equiv_w$ [75.0]	-	-	-	-	-	-	-
Clima educativo medio									
Pública	$\prec_1$ [0.08; 274.19]	$\prec_1$ [0.00; 2070.12]	$\prec_1$ [0.00; 1559.77]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\equiv_w$ [67.0]	$\prec_1$ [0.00; 152.18]	$\prec_1$ [12.81; 215.20]	$\succ_1$ [854.63; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\equiv_w$ [100.1]	$\prec_1$ [0.00; 290.66]	$\prec_1$ [3.01; 488.74]	$\equiv_w$ [76.7]	$\prec_1$ [0.19; 130.81]	-	-	-	-
Clima educativo bajo									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 277.70]	$\prec_1$ [0.00; 505.11]	$\prec_1$ [0.00; 523.26]	$\prec_1$ [0.02; 133.98]	$\prec_1$ [0.00; 339.02]	$\equiv_w$ [77.2]	-	-	-
Privada subvencionada	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	-	-
Privada independiente	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>									
Clima educativo alto									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [592.55; 4.96]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [188.39; 0.15]	$\equiv_w$ [83.2]	-	-	-	-	-	-	-
Clima educativo medio									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 3819.13]	$\prec_1$ [0.00; 14494.55]	$\prec_1$ [0.00; 4215.96]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\equiv_w$ [105.4]	$\prec_1$ [3.52; 1116.20]	$\prec_1$ [0.00; 414.89]	$\succ_1$ [1772.14; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\prec_1$ [2.82; 132.26]	$\prec_1$ [20.48; 700.99]	$\prec_1$ [0.16; 419.39]	$\succ_1$ [1016.44; 0.00]	$\equiv_w$ [75.8]	-	-	-	-
Clima educativo bajo									
Pública	$\prec_1$ [0.00; 1094.45]	$\prec_1$ [0.00; 2174.77]	$\prec_1$ [0.00; 1572.17]	$\equiv_w$ [85.6]	$\prec_1$ [0.00; 764.67]	$\prec_1$ [0.00; 461.21]	-	-	-
Privada subvencionada	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	-	-
Privada independiente	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	-

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\equiv_w$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\prec_1$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.7:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de ciencia según tipo de establecimiento, esfuerzo y clima educativo.

	clima educativo alto		clima educativo medio		clima educativo bajo	
	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Clima educativo alto						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\approx^w$ [87.7]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\approx^w$ [28.9]	-	-	-	-	-
Clima educativo medio						
Pública	$\prec_1$ [0.02; 526.51]	$\prec_1$ [0.00; 2069.38]	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\approx^w$ [71.0]	$\prec_1$ [0.01; 375.82]	$\succ_1$ [207.48; 0.00]	-	-	-
Privada independiente	$\approx^w$ [36.3]	$\approx^w$ [63.9]	$\succ_1$ [183.52; 0.00]	$\approx^w$ [26.2]	-	-
Clima educativo bajo						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 282.53]	$\prec_1$ [0.00; 398.05]	$\approx^w$ [109.4]	$\prec_1$ [0.00; 197.45]	-	-
Privada subvencionada	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	-
Privada independiente	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Clima educativo alto						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\succ_1$ [421.73; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\succ_1$ [174.61; 0.00]	-	-	-	-	-
Clima educativo medio						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 3500.46]	$\prec_1$ [0.00; 11510.38]	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\prec_1$ [0.33; 120.47]	$\prec_1$ [0.00; 922.94]	$\succ_1$ [1379.08; 0.00]	-	-	-
Privada independiente	$\prec_1$ [5.30; 179.60]	$\prec_1$ [0.48; 573.53]	$\succ_1$ [415.43; 0.00]	$\approx^w$ [59.6]	-	-
Clima educativo bajo						
Pública	$\prec_1$ [0.00; 1229.44]	$\prec_1$ [0.00; 2085.22]	$\prec_1$ [0.00; 176.00]	$\prec_1$ [0.00; 819.48]	-	-
Privada subvencionada	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	-
Privada independiente	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$	$s.d.$

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\approx^w$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\succ_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden 1 a la fila.  $\prec_1$ : la columna domina en sentido estocástico de orden 1 a la columna;  $\prec_i$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\succ_i$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.

Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.8:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de lectura según tipo de establecimiento, esfuerzo y calidad de recursos educativos.

	Calidad recursos educativos alta		Calidad recursos educativos media		Calidad recursos educativos baja	
	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Calidad recursos educativos alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [732.33; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [367.35; 0.00]	$=_W$ [16.36]	-	-	-	-
Calidad recursos educativos media						
Pública	$=_W$ [42.23]	$\lambda_1$ [0.00; 1169.80]	$\lambda_1$ [0.00; 596.13]	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [261.55; 0.00]	$=_W$ [65.84]	$=_W$ [29.63]	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [254.23; 0.02]	$=_W$ [91.75]	$=_W$ [36.14]	$=_W$ [59.84]	-	-
Calidad recursos educativos baja						
Pública	$\lambda_1$ [0.01; 414.23]	$\lambda_1$ [0.00; 2447.11]	$\lambda_1$ [0.00; 1339.01]	$\lambda_1$ [0.00; 1252.63]	$\lambda_1$ [0.00; 1067.83]	-
Privada subvencionada	$=_W$ [104.21]	$\lambda_1$ [0.00; 196.42]	$=_W$ [102.86]	$=_W$ [41.92]	$\lambda_1$ [13.00; 108.58]	-
Privada independiente	$=_W$ [76.53]	$\lambda_1$ [0.00; 323.25]	$\lambda_1$ [0.00; 258.66]	$\lambda_1$ [0.00; 198.81]	$\lambda_1$ [2.81; 238.02]	$=_W$ [112.72]
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Calidad recursos educativos alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [2950.53; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [1277.82; 0.00]	$=_W$ [46.86]	-	-	-	-
Calidad recursos educativos media						
Pública	$\lambda_1$ [5.25; 250.79]	$\lambda_1$ [1.75; 4990.19]	$\lambda_1$ [0.00; 2161.02]	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [1796.66; 0.00]	$=_W$ [47.47]	$=_W$ [63.03]	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [303.30; 0.00]	$\lambda_1$ [16.29; 173.94]	$=_W$ [96.74]	$=_W$ [108.26]	-	-
Calidad recursos educativos baja						
Pública	$\lambda_1$ [0.00; 1859.63]	$\lambda_1$ [0.00; 9048.02]	$\lambda_1$ [0.00; 4315.66]	$\lambda_1$ [0.00; 6546.16]	$\lambda_1$ [0.00; 1754.36]	-
Privada subvencionada	$=_W$ [71.43]	$\lambda_1$ [3.13; 1126.56]	$\lambda_1$ [0.00; 677.25]	$\lambda_1$ [0.96; 797.04]	$\lambda_1$ [0.00; 169.56]	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [232.49; 0.55]	$\lambda_1$ [17.50; 223.31]	$\lambda_1$ [1.20; 176.10]	$\lambda_1$ [9.92; 128.78]	$\lambda_1$ [9.18; 24.14]	$\lambda_1$ [168.97; 5.01]

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $=_W$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\lambda_1$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\lambda_2$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.  
Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.9:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de ciencia según tipo de establecimiento, esfuerzo y calidad de recursos educativos.

	Calidad recursos educativos alta		Calidad recursos educativos media		Calidad recursos educativos baja	
	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Calidad recursos educativos alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [401.47; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [349.70; 0.00]	$\lambda_1$ [39.09]	-	-	-	-
Calidad recursos educativos media						
Pública	$\lambda_1$ [32.85]	$\lambda_1$ [0.00; 662.42]	$\lambda_1$ [0.00; 521.89]	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [127.53; 0.00]	$\lambda_1$ [75.61]	$\lambda_1$ [269.17; 0.00]	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [76.36]	$\lambda_1$ [31.00]	$\lambda_1$ [175.47; 0.00]	$\lambda_1$ [6.31]	-	-
Calidad recursos educativos baja						
Pública	$\lambda_1$ [0.00; 463.35]	$\lambda_1$ [0.00; 1715.38]	$\lambda_1$ [0.00; 1165.53]	$\lambda_1$ [0.00; 1027.67]	$\lambda_1$ [0.00; 618.24]	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [10.84]	$\lambda_1$ [0.00; 186.07]	$\lambda_1$ [0.00; 198.15]	$\lambda_1$ [77.21]	$\lambda_1$ [59.61]	$\lambda_1$ [248.01; 0.00]
Privada independiente	$\lambda_1$ [18.76]	$\lambda_1$ [33.03]	$\lambda_1$ [49.70]	$\lambda_1$ [9.02]	$\lambda_1$ [10.05]	$\lambda_1$ [259.92; 0.00]
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Calidad recursos educativos alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [1885.99; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [1056.43; 0.00]	$\lambda_1$ [20.75]	-	-	-	-
Calidad recursos educativos media						
Pública	$\lambda_1$ [0.36; 227.21]	$\lambda_1$ [0.00; 3407.55]	$\lambda_1$ [0.00; 1873.96]	-	-	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [1533.66; 0.00]	$\lambda_1$ [35.38]	$\lambda_1$ [56.79]	$\lambda_1$ [2817.86; 0.00]	-	-
Privada independiente	$\lambda_1$ [372.26; 0.00]	$\lambda_1$ [52.36]	$\lambda_1$ [43.07]	$\lambda_1$ [794.45; 0.00]	$\lambda_1$ [38.85]	-
Calidad recursos educativos baja						
Pública	$\lambda_1$ [0.00; 1146.24]	$\lambda_1$ [0.00; 5808.94]	$\lambda_1$ [0.00; 3280.49]	$\lambda_1$ [0.00; 5002.39]	$\lambda_1$ [0.00; 1561.34]	-
Privada subvencionada	$\lambda_1$ [89.74]	$\lambda_1$ [0.11; 413.95]	$\lambda_1$ [0.00; 326.77]	$\lambda_1$ [0.00; 333.81]	$\lambda_1$ [87.30]	$\lambda_1$ [944.16; 0.00]
Privada independiente	$\lambda_1$ [76.70]	$\lambda_1$ [1.61; 162.95]	$\lambda_1$ [0.48; 152.86]	$\lambda_1$ [0.00; 140.32]	$\lambda_1$ [48.34]	$\lambda_1$ [700.92; 0.00]

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde al test: columna domina a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna.  $\lambda_1$ : las distribuciones son iguales según el test de Wald;  $\lambda_2$ : la fila domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la columna;  $\lambda_3$ : la columna domina en sentido estocástico de orden  $i$  a la fila.  
Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.10:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de lectura según tipo de establecimiento, esfuerzo y calidad de los profesores del colegio.

	Calidad profesores alta			Calidad profesores media			Calidad profesores baja		
	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente	Pública	Privada subvencionada	Privada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>									
Calidad profesores alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	= <sub>w</sub> [51.22]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	= <sub>w</sub> [24.55]	= <sub>w</sub> [63.14]	-	-	-	-	-	-	-
Calidad profesores media									
Pública	< <sub>1</sub> [0.00; 217.87]	< <sub>1</sub> [0.00; 412.05]	= <sub>w</sub> [41.31]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	= <sub>w</sub> [8.41]	= <sub>w</sub> [57.39]	= <sub>w</sub> [20.57]	> <sub>1</sub> [164.48; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	= <sub>w</sub> [112.60]	= <sub>w</sub> [46.38]	= <sub>w</sub> [77.70]	> <sub>1</sub> [387.79; 0.00]	= <sub>w</sub> [104.85]	-	-	-	-
Calidad profesores baja									
Pública	< <sub>1</sub> [0.00; 781.23]	< <sub>1</sub> [0.00; 1190.59]	< <sub>1</sub> [0.00; 189.16]	= <sub>w</sub> [91.90]	< <sub>1</sub> [0.00; 594.54]	< <sub>1</sub> [0.00; 827.58]	-	-	-
Privada subvencionada	= <sub>w</sub> [24.30]	= <sub>w</sub> [45.57]	= <sub>w</sub> [28.62]	> <sub>1</sub> [214.19; 0.00]	= <sub>w</sub> [9.25]	= <sub>w</sub> [85.58]	> <sub>1</sub> [685.10; 0.00]	-	-
Privada independiente	= <sub>w</sub> [10.81]	= <sub>w</sub> [11.35]	= <sub>w</sub> [32.61]	> <sub>1</sub> [210.76; 0.00]	= <sub>w</sub> [10.80]	= <sub>w</sub> [46.25]	> <sub>1</sub> [684.66; 0.00]	= <sub>w</sub> [9.57]	-
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>									
Calidad profesores alta									
Pública	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	> <sub>1</sub> [631.32; 19.97]	-	-	-	-	-	-	-	-
Privada independiente	= <sub>w</sub> [59.33]	= <sub>w</sub> [69.30]	-	-	-	-	-	-	-
Calidad profesores media									
Pública	< <sub>1</sub> [0.00; 400.38]	< <sub>1</sub> [4.70; 2077.77]	< <sub>1</sub> [0.00; 588.12]	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	> <sub>1</sub> [358.54; 5.57]	= <sub>w</sub> [59.18]	= <sub>w</sub> [57.44]	> <sub>1</sub> [1496.48; 0.55]	-	-	-	-	-
Privada independiente	> <sub>1</sub> [131.80; 0.03]	< <sub>1</sub> [30.03; 94.05]	= <sub>w</sub> [19.54]	> <sub>1</sub> [663.20; 0.00]	= <sub>w</sub> [37.31]	-	-	-	-
Calidad profesores baja									
Pública	< <sub>1</sub> [0.00; 1118.67]	< <sub>1</sub> [0.89; 3935.13]	< <sub>1</sub> [0.00; 1647.92]	= <sub>w</sub> [110.07]	< <sub>1</sub> [0.00; 3184.29]	< <sub>1</sub> [0.00; 1457.44]	-	-	-
Privada subvencionada	> <sub>1</sub> [378.06; 2.73]	< <sub>1</sub> [16.54; 140.65]	= <sub>w</sub> [103.76]	> <sub>1</sub> [1752.18; 0.00]	= <sub>w</sub> [22.80]	= <sub>w</sub> [32.45]	> <sub>1</sub> [4049.06; 0.00]	-	-
Privada independiente	> <sub>1</sub> [185.18; 1.75]	< <sub>1</sub> [18.52; 116.11]	= <sub>w</sub> [35.65]	> <sub>1</sub> [789.56; 0.00]	= <sub>w</sub> [34.73]	= <sub>w</sub> [10.15]	> <sub>1</sub> [1579.63; 0.00]	= <sub>w</sub> [9.34]	-

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna. =<sub>w</sub>: las distribuciones son iguales según el test de Wald; ><sub>1</sub>: la fila domina en sentido estocástico de orden *i* a la columna; <<sub>1</sub>: la columna domina en sentido estocástico de orden *i* a la fila. Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.

**Tabla A.11:** Test de igualdad y de dominancia estocástica de distribuciones de puntajes de ciencia según tipo de establecimiento, esfuerzo y calidad de los profesores del colegio.

	Calidad profesores alta		Calidad profesores media		Calidad profesores baja	
	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente	Pública	Privada subvencionada independiente
<b>Más de 6 hs. de clases por semana</b>						
Calidad profesores alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	= <sub>W</sub> [89.87]	-	-	-	-	-
Privada independiente	= <sub>W</sub> [21.07]	= <sub>W</sub> [47.28]	-	-	-	-
Calidad profesores media						
Pública	= <sub>W</sub> [11.49]	< <sub>1</sub> [0.00; 139.68]	= <sub>W</sub> [25.85]	-	-	-
Privada subvencionada	= <sub>W</sub> [58.13]	< <sub>1</sub> [0.00; 145.30]	= <sub>W</sub> [26.03]	= <sub>W</sub> [38.07]	-	-
Privada independiente	> <sub>1</sub> [139.84; 0.00]	= <sub>W</sub> [20.84]	= <sub>W</sub> [56.16]	> <sub>1</sub> [177.70; 0.00]	> <sub>1</sub> [154.44; 0.00]	-
Calidad profesores baja						
Pública	< <sub>1</sub> [0.04; 158.67]	< <sub>1</sub> [0.00; 691.53]	= <sub>W</sub> [57.23]	< <sub>1</sub> [0.00; 202.70]	< <sub>1</sub> [0.00; 188.12]	-
Privada subvencionada	= <sub>W</sub> [77.09]	= <sub>W</sub> [15.15]	= <sub>W</sub> [40.27]	= <sub>W</sub> [109.04]	= <sub>W</sub> [43.15]	> <sub>1</sub> [691.50; 0.00]
Privada independiente	= <sub>W</sub> [16.06]	= <sub>W</sub> [19.83]	= <sub>W</sub> [24.15]	= <sub>W</sub> [44.71]	= <sub>W</sub> [85.51]	> <sub>1</sub> [332.50; 0.00]
<b>6 hs. o menos de clases por semana</b>						
Calidad profesores alta						
Pública	-	-	-	-	-	-
Privada subvencionada	> <sub>1</sub> [249.65; 0.00]	-	-	-	-	-
Privada independiente	> <sub>1</sub> [1801.65; 0.00]	> <sub>1</sub> [644.13; 0.00]	-	-	-	-
Calidad profesores media						
Pública	< <sub>1</sub> [0.10; 230.95]	< <sub>1</sub> [0.00; 1127.24]	< <sub>1</sub> [0.00; 6364.55]	-	-	-
Privada subvencionada	> <sub>1</sub> [219.55; 0.08]	= <sub>W</sub> [7.71]	< <sub>1</sub> [0.00; 832.49]	> <sub>1</sub> [1295.80; 0.00]	-	-
Privada independiente	= <sub>W</sub> [50.49]	= <sub>W</sub> [44.14]	< <sub>1</sub> [0.00; 536.64]	= <sub>W</sub> [297.38; 0.00]	= <sub>W</sub> [40.15]	-
Calidad profesores baja						
Pública	< <sub>1</sub> [0.00; 816.47]	< <sub>1</sub> [0.00; 2609.15]	< <sub>1</sub> [0.00; 16057.44]	< <sub>1</sub> [0.00; 199.55]	< <sub>1</sub> [0.00; 2645.32]	< <sub>1</sub> [0.00; 789.56]
Privada subvencionada	> <sub>1</sub> [194.16; 0.26]	= <sub>W</sub> [37.73]	< <sub>1</sub> [0.00; 2174.46]	> <sub>1</sub> [1295.50; 0.16]	= <sub>W</sub> [26.19]	> <sub>1</sub> [3356.88; 0.00]
Privada independiente	= <sub>W</sub> [61.68]	= <sub>W</sub> [54.26]	< <sub>1</sub> [0.00; 872.75]	> <sub>1</sub> [483.16; 0.00]	= <sub>W</sub> [43.66]	> <sub>1</sub> [1297.42; 0.00]

Nota: estadístico del test se muestra entre corchetes. Para el test de dominancia, el primer estadístico corresponde a la fila y el segundo estadístico corresponde al test: fila domina a la columna. =<sub>W</sub>: las distribuciones son iguales según el test de Wald; ><sub>1</sub>: la fila domina en sentido estocástico de orden *i* a la columna; <<sub>1</sub>: la columna domina en sentido estocástico de orden *i* a la fila. Fuente: Elaboración propia en base a datos PISA de los años 2006, 2009 y 2012.