

1 Introducción

El estudio de los fenómenos complejos es una de las áreas de la teoría económica que más ha crecido en importancia en los últimos años [Brock 91]. La contrastación empírica de enunciados derivados de estos análisis, sin embargo, se complica debido a que las series de datos son demasiado cortas. A diferencia de lo que ocurre en las ciencias físicas las series de decenas de miles de datos no son habituales, y justamente este es el orden de magnitud requerido normalmente para sacar conclusiones significativas en el ámbito de los sistemas complejos. Una relativa excepción la constituyen las series de precios de los mercados accionarios, y es allí donde se han aplicado en economía las técnicas cuantitativas derivadas de este nuevo enfoque teórico [Scheinkman 90].

Las series de *índices de precios*, si bien no tan abundantes como las generadas por los mercados financieros, son tal vez más reveladoras del funcionamiento de las economías nacionales. Por lo tanto lo mismo vale para las series de niveles de inflación. Esto es tanto más cierto en el caso de economías con una rica experiencia inflacionaria, como la argentina, que permiten plantear y contrastar hipótesis que no resultan en modo alguno evidentes para economías más estables. En efecto, la existencia de diferentes niveles de inflación, incluyendo hiperinflaciones, revela una mayor variedad de estados de la economía. Así, por ejemplo, la economía argentina revela la existencia de cuatro modos o *regímenes* inflacionarios [Dabus 93]. Cabe preguntarse si esta discretización del rango de valores de la inflación indica la existencia de discontinuidades en el proceso generador de dichos valores, o por el contrario, que simplemente es una partición de "grano grueso" que puede refinarse más aún.

El problema a estudiar apunta en realidad a la pregunta más general acerca de cuál es la estructura del proceso generador de inflación. Tres hipótesis se pueden enunciar a la vista de las serie de tiempo de niveles inflacionarios en Argentina. La primera es que ha sido generada en forma totalmente aleatoria. La segunda es que ha sido generada por un proceso determinístico del tipo de los denominados *caóticos*. La última es que ha sido generada por un gran sistema interactivo que puede producir fluctuaciones de tamaño arbitrario.

El análisis que se presenta a continuación parece indicar que la última hipótesis, denominada de *criticalidad autoorganizada*, es la más plausible.

En la sección 2 se hará una revisión de las hipótesis a corroborar y el tipo de evidencia que se considerará. En la sección 3 se analizará la evidencia empírica de la inflación argentina. Por último, en la sección 4 se presentarán las conclusiones y las posibles continuaciones de este trabajo.

2 Marco teórico

Dada una serie de tiempo $\{x_t\}_{t=0}^T$, con T finito y para $t = 0 \dots T$, $x_t \in R$ diremos que [Stigum 91]:

Definición 1 $\{x_t\}_{t=0}^T$ es una realización de un proceso estocástico; i.e. para cada t , x_t es una variable aleatoria definida sobre un espacio muestral Ω

Dos funciones derivadas de la serie de tiempo $\{x_t\}_{t=0}^T$ proveen información acerca de la estructura del proceso que genera la serie [Brock 91]:

- S_x : la función de densidad espectral de la serie. Para cada frecuencia provee la media de los coeficientes de Fourier asociados.
- P_x : la función de frecuencias relativas de los valores de la serie.

S_x indica el grado de dependencia entre los valores sucesivos de la serie. P_x provee una aproximación a la distribución de probabilidades del proceso estocástico generador de la serie.

Una taxonomía de casos posibles es la siguiente [Voss 88],[Mandelbrot 69]:

Definición 2 • Si $S_x \sim \lambda^0$ (donde $\lambda \in [0, 1/T]$ es la variable de frecuencia) se dice que $\{x_t\}_{t=0}^T$ es un ruido blanco

- Si $S_x \sim \lambda^{-2}$ se dice que $\{x_t\}_{t=0}^T$ es un ruido browniano
- Si $S_x \sim \lambda^{-\alpha}$ con $0 < \alpha < 2$, se dice que $\{x_t\}_{t=0}^T$ es un ruido browniano fraccionario ("ruido $1/f$ ")
- Si P_x tiene una varianza que varía con el tamaño de la muestra se dice que verifica la hipótesis de varianza infinita. Entre las distribuciones que la verifican se encuentra la de Pareto-Levy: $P_x \sim |x|^{-\alpha}$ con $0 < \alpha < 2$

La importancia de estas nociones resulta clara en los siguientes casos:

1. $S_x \sim \lambda^0$ y $P_x \sim N(\mu, \sigma^2)$ donde $N(\mu, \sigma^2)$ indica la distribución normal con media μ y varianza σ^2
2. $S_x \sim \lambda^{-\alpha}$ y $P_x \sim |x|^{-\beta}$, con $0 < \alpha, \beta < 2$

En el caso 1, cada valor de la serie temporal $\{x_t\}_{t=0}^T$ es independiente de los demás y el mecanismo generador es puramente aleatorio [Stigum 91]. Para el caso 2 recientes análisis teóricos y de simulación permiten inferir que el mecanismo generador de la serie es una estructura críticamente autoorganizada [Bak et al. 93], [Bak-Chen 91]:

Definición 3 *Un sistema grande, con componentes en interacción, se dice críticamente autoorganizado si se encuentra en un estado tal que cualquier shock externo puede producir reacciones en cadena de todos los tamaños posibles*

El modelo usual de un sistema críticamente autoorganizado es una pila de arena, con una pendiente crítica tal que la adición de un grano de arena puede provocar deslizamientos de cualquier tamaño, desde los prácticamente imperceptibles hasta grandes avalanchas. El efecto de la adición de un grano de arena (lo que constituye un shock externo) depende de la configuración local de la pendiente en el sitio en el que cae. Con cada deslizamiento, la pila de arena se reorganiza, determinando nuevas configuraciones locales. El requisito de la pendiente crítica es necesario para evitar ya sea que todos los efectos sean de pequeña magnitud (estado subcrítico), o que sean siempre avalanchas (estado supercrítico). En cualquier caso queda claro que, si la base en la que se sustenta la pila de arena es acotada, la situación en la que la pendiente es crítica es un estado estable, mientras que las distintas configuraciones locales que persisten algún tiempo constituyen estados metaestables de la pila.

En términos más generales, cualquier sistema con componentes en interacción, tal que los pesos asociados a las conexiones entre componentes son endógenos al valor que adquieren las variables del sistema ante shocks externos, puede denominarse críticamente autoorganizado. Una propiedad asociada a este tipo de sistemas es que las series de tiempo generadas son ruidos brownianos fraccionarios y la distribución de frecuencias de los valores se aproxima a una distribución de Pareto-Levy. Para que se pueda

inferir, con un cierto grado de plausibilidad que el mecanismo generador de una serie es una estructura críticamente autoorganizada debe verificarse una condición adicional. Dicha condición permite desechar el caso en que la serie ha sido generada por un proceso caótico [Kelsey 88]:

Definición 4 Una serie de tiempo $\{x_t\}_{t=0}^T$ se dice generada por un proceso caótico si:

- para M arbitrariamente grande, si $t > M$, $x_t \in A$, donde A es un conjunto acotado de R
- $\{x_t\}_{t>M}$ es denso y aperiódico en A
- (sensibilidad a las condiciones iniciales) dados $x_0 \sim x'_0$, $|x_t - x'_t| \sim e^{\gamma t}$, con $\gamma > 0$

En cambio, un modelo de criticalidad autoorganizada genera una serie con la siguiente propiedad, denominada de *caos débil* [Bak-Chen 91]:

- $|x_t - x'_t| \sim t^H$

Resulta evidente que si se verifica esta última propiedad, queda descartada la sensibilidad a las condiciones iniciales y por lo tanto que el proceso generador sea caótico. El parámetro H es el llamado parámetro de autosimilaridad [Voss 88], [Mandelbrot 68]. Una característica de los ruidos brownianos es que $H = 1/2$ mientras que los ruidos blancos muestran un $H \sim 0$. El parámetro de autosimilaridad asociado al caos débil debe verificar una característica propia de series relativamente "suaves". Una forma de determinar si esto es así es la siguiente:

Definición 5 Se dice que una serie de tiempo es autosimilar con correlación positiva si verifica que

- $|\Delta x| \sim |\Delta t|^H$, con $1/2 < H$

Por lo tanto, si el análisis de la distribución de variaciones arroja un $H > 1/2$ se puede decir que la serie verifica la propiedad de caos débil.

3 Propiedades de la serie de inflación argentina

El fenómeno inflacionario en Argentina ha pasado por distintos estados en las últimas tres décadas. Los datos en los que se basa este trabajo corresponden a la serie del IPM para el período enero de 1957 a diciembre de 1993, lo que constituye una muestra de 444 valores, cantidad suficiente como para evaluar el grado de plausibilidad de las siguientes hipótesis:

- La inflación argentina es un proceso puramente aleatorio
- La inflación es el resultado observable de un proceso caótico subyacente
- La inflación es el resultado del funcionamiento de un sistema complejo críticamente autoorganizado

La Fig.1 muestra la evolución de la inflación durante el período analizado. De acuerdo a lo discutido en la sección anterior se recurre a la función de densidad espectral S_x y la función de frecuencias relativas P_x .

Observación 1 Los resultados que siguen no son conceptualmente distintos cuando se descartan las hiperinflaciones como "outliers". Por lo tanto se las incluye como manifestaciones del mismo fenómeno subyacente.

La Fig.2 muestra la densidad espectral S_x obtenida que indica claramente que el fenómeno inflacionario argentino puede verse como una suma de componentes de muy baja frecuencia más algunos componentes de muy alta frecuencia (indicando la presencia de ciclos). Los datos permiten estimar que $S_x \sim \lambda^{-0.22}$ en todo el dominio, pero cerca del origen el exponente es obviamente más alto en valor absoluto. Desde luego queda descartada la hipótesis de que el proceso es puramente aleatorio, ya que si fuera cierta se vería una densidad espectral mucho más uniformemente distribuida con exponente más cercano a 0. La evidencia provista por S_x indica que la inflación se comporta como un ruido browniano fraccionario.

La Fig.3 muestra la función P_x . Se observa que los valores inflacionarios responden claramente a una distribución de Pareto-Levy. Además se encuentra que $P_x \sim |x|^{-0.91}$. Hay, por lo tanto, evidencia favorable a la

hipótesis de que una estructura críticamente autoorganizada genera la serie de inflación.

Queda por ver si se puede descartar la posibilidad de que la inflación sea el resultado observable de un proceso caótico. Para esto, en la Fig. 4 se grafica el promedio de variaciones en el valor de la serie contra las variaciones de tiempo. Se calcula el parámetro H correspondiente, que resulta ser 1.4. Por lo tanto queda descartada la hipótesis de que la serie fue generada por un proceso caótico.

Más aún, la evidencia de que el fenómeno inflacionario es un ruido browniano fraccionario, que su distribución de valores es Pareto-Levy y que genera caos débil, indica con mucha plausibilidad que se está en presencia de un proceso generado por una estructura críticamente autoorganizada.

4 Conclusiones

Los modelos que exhiben criticalidad autoorganizada, como por ejemplo los de *spin-glasses* con acoplamientos con peso endógeno [Brock 91], presentan un avance en la comprensión de algunos sistemas complejos. Las dificultades para su construcción, sin embargo, constituyen un freno para su aplicación generalizada. El análisis de la sección anterior sugiere que son apropiados para la comprensión del fenómeno inflacionario argentino.

Un modelo de criticalidad autoorganizada no puede tener, en principio, otra pretensión que la de servir para la explicación de fenómenos reales. Pero también es cierto que un conocimiento claro de las interacciones que se producen dentro de un modelo tal permiten efectuar algunas inferencias sugestivas acerca de los posibles valores que generará el sistema. En el caso de la inflación en Argentina, se ha analizado que hay en principio cuatro regímenes inflacionarios, de moderada, alta, muy alta e hiper inflación [Dabus 93]. Estos cuatro regímenes no constituyen más que cuatro posibles estados metaestables del sistema económico que genera las inflaciones. Por supuesto, para cada uno de ellos hay una diversidad de configuraciones distintas que producen el mismo tipo de resultados.

El trabajo que naturalmente se desprende de esta evaluación es el diseño de un sencillo modelo que produzca un comportamiento similar al de la inflación argentina. Las líneas a seguir son las señaladas en [Bak et al. 93], por lo que se trataría de un modelo constituido por n sectores que se in-

terrelacionan por sus ofertas y demandas. Los shocks que perturban a un sector cualquiera se propagarán por la red de sectores generando reacciones diversas, provocando variaciones en los precios y modificando la configuración del sistema.

5 Gráficos

- *Figura 1:* Evolución del nivel de inflación mayorista desde enero de 1957 hasta diciembre de 1993, en términos mensuales. El nivel se expresa en valor absoluto
- *Figura 2:* Densidad espectral de la inflación. Se toma la transformada de Fourier de la serie representada en el gráfico anterior y se representa el módulo de los coeficientes obtenidos.
- *Figura 3:* Distribución de frecuencias de los valores inflacionarios. Se toman intervalos de inflación del 2
- *Figura 4:* Distribución de valores de $|\Delta x|$ en función de Δt , para algunas variaciones en tiempo significativas. Se grafican los valores promedio de $|\Delta x|$.

Figura 1
Evolucion de la Inflacion 1957-1993

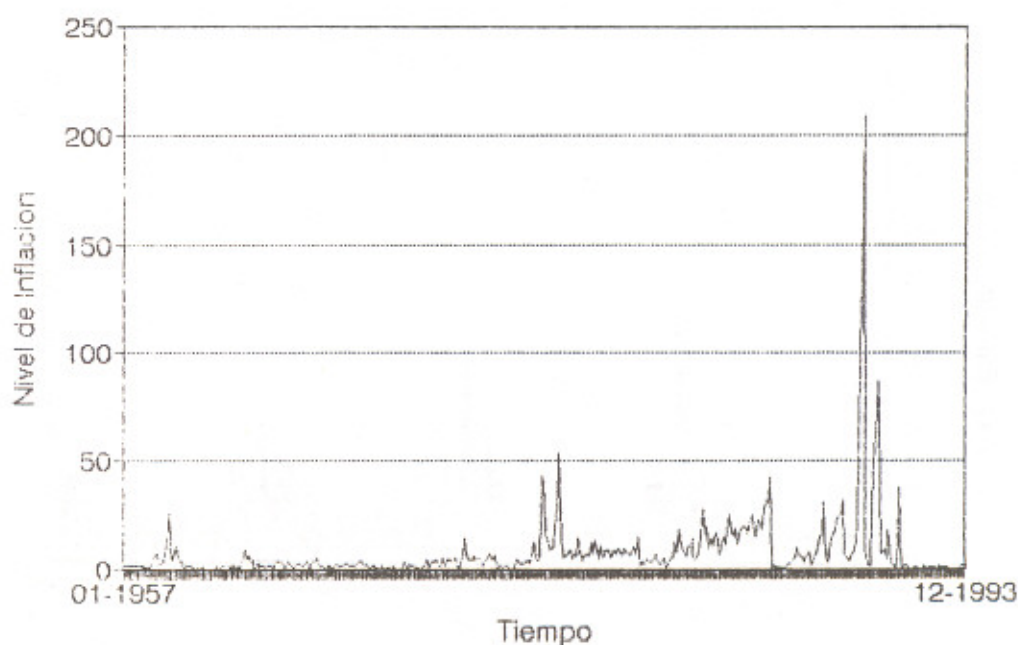


Figura 2
Funcion Espectral (Sx)

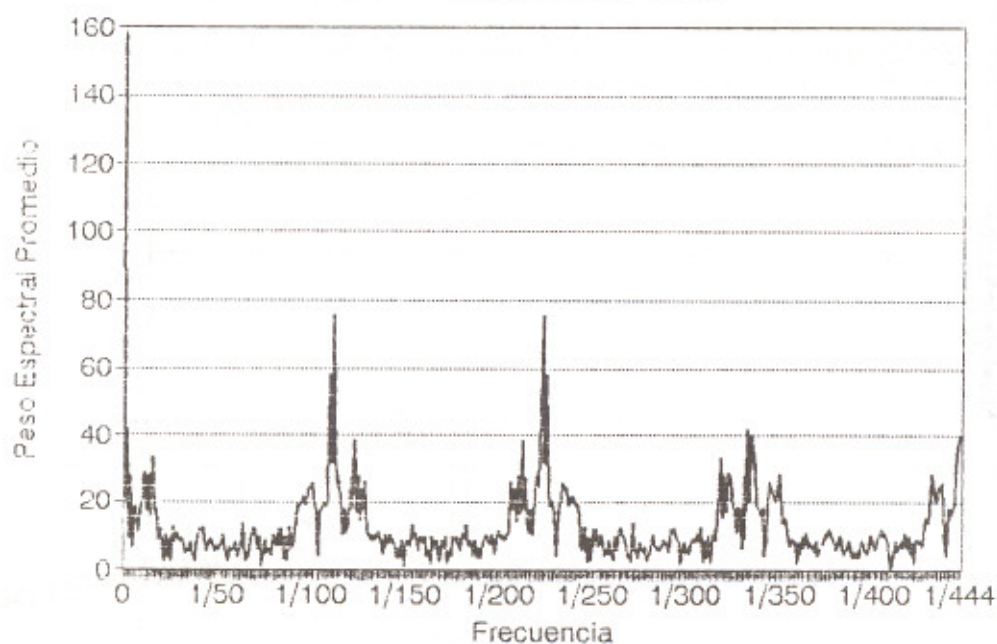


Figura 3

Frecuencia Relativa de Valores (Px)

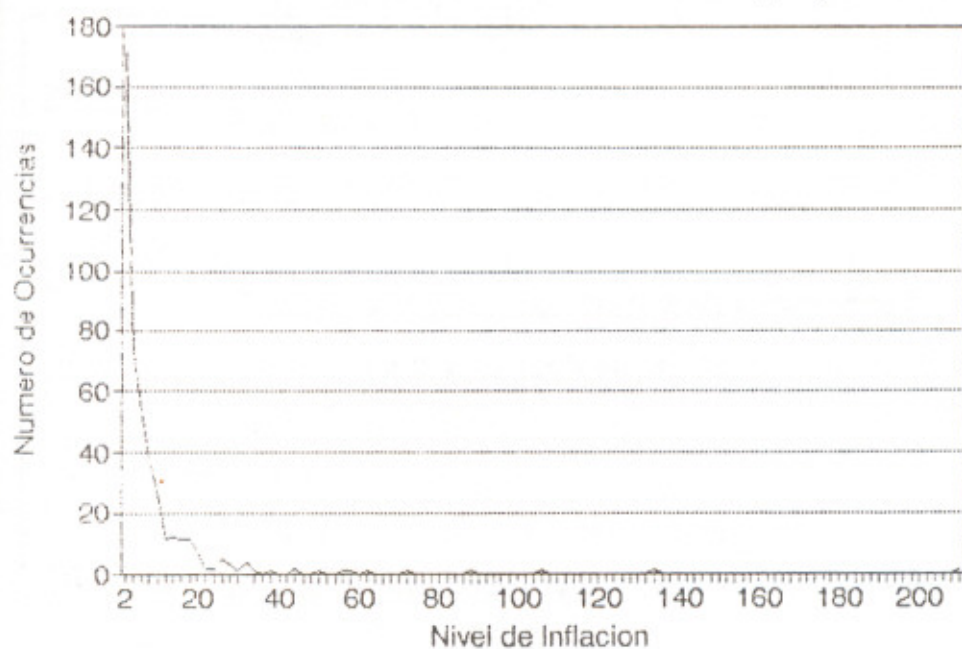
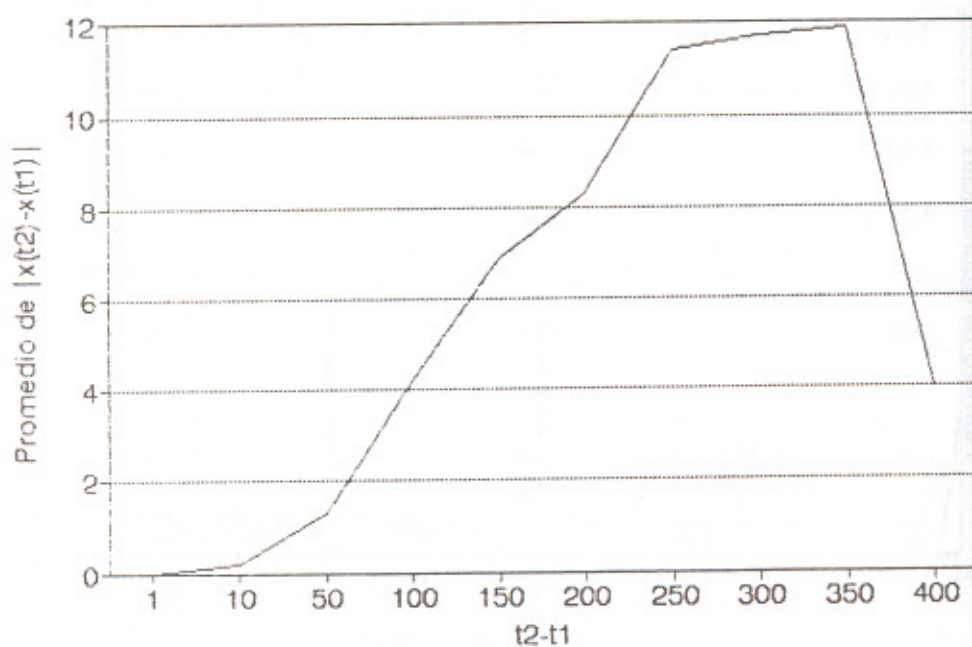


Figura 4
Variaciones entre Niveles de Inflacion



References

- [Bak et al. 93] Bak,P.- Chen,K.- Scheinkman,J.- Woodford,M., Aggregate Fluctuations from Independent Sectoral Shocks, *Ricerche Economiche* 47(1) 1993.
- [Bak-Chen 91] Bak,P.- Chen,K., Self-Organized Criticality, *Scientific American* enero 1991.
- [Brock 91] Brock,W., Understanding Macroeconomic Time Series using Complex Systems Theory, *Structural Change and Economic Dynamics* 2(1) 1991.
- [Dabus 93] Dabús,C.,*Inflación y Precios Relativos: Estudio del Caso Argentino*, tesis doctoral U.N.S. 1993.
- [Kelsey 88] Kelsey,D.,The Economics of Chaos or the Chaos of Economics, *Oxford Economic Papers* 40(1) 1988.
- [Mandelbrot 68] Mandelbrot,B.,Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications, *SIAM Review* 10(4) 1968.
- [Mandelbrot 69] Mandelbrot,B.,Long-run Linearity, Locally Gaussian Process, H-spectra and Infinite Variances, *International Economic Review* 10(1) 1969.
- [Scheinkman 90] Scheinkman,J.,Non-linearities in Economic Dynamics, *The Economic Journal* 100(1) 1990.
- [Stigum 91] Stigum,B., *Towards a Formal Science of Economics*, The MIT Press, Cambridge 1991.
- [Voss 88] Voss,R., Fractals in Nature: from Characterization to Simulation, en *The Science of Fractal Images*, Peitgen,H.-Saupe,D. eds., Springer-Verlag, N.Y. 1988.