

CRECIMIENTO ENDOGENO, EXTERNALIDADES E IMPUESTOS. UNA DIGRESION SOBRE LA EFICIENCIA ECONOMICA.¹

Enrique Lucio Kawamura²

I - Introducción

En un trabajo anterior (Kawamura, 1993) hemos tratado de analizar las implicancias que un modelo de crecimiento endógeno, con rendimientos crecientes a escala en la función de producción agregada, tenían sobre el proceso de formación de precios. Desde el punto de vista microeconómico de la empresa, una firma que posea este tipo de tecnología no podría permanecer en un mercado de competencia perfecta. En los modelos de crecimiento que incluían estos rendimientos (vg. Romer, 1986) se ponía de manifiesto que tales rendimientos no eran compatibles con la optimalidad paretiana, pues, en la mayor parte de los casos existían distorsiones (externalidades, spillovers, etc.) que eliminaban la posibilidad de encontrar precios eficientes de mercado. No obstante, las economías de escala no parecen en ninguno de estos esquemas ser fruto de funciones de producción microeconómicas con rendimientos crecientes. De hecho, estos serían la natural consecuencia de tales efectos externos a que hacíamos referencia anteriormente³.

En este nuevo intento por explicar estos problemas, propondremos un esquema de crecimiento óptimo, tomando al tiempo como variable continua, aprovechando las "ventajas" que otorga el método de Pontryagin et. al. (1957), con un sólo bien, cuya función de producción incorpora capital humano de manera similar a la propuesta por Lucas (1988). En este trabajo se intentará explicar cómo una política fiscal tendiente a corregir una distorsión, proveniente de la introducción de las externalidades debidas a la presencia del capital humano, podría solucionar este problema sólo a costa de otra distorsión proveniente de alguna política impositiva determinada. En otras palabras, nuestra tesis es que, si el Sector Público busca subsidiar la producción de capital humano para buscar un mayor crecimiento, el modo de financiar tales subsidios puede implicar una pérdida de bienestar, menor, igual o mayor que la ganancia proveniente de

¹ Agradesco los comentarios que recibí a la versión anterior de este trabajo (Kawamura, 1993) realizado por los profesores Enrique Bour (quien, además, fue el que me sugirió el tema de análisis), Rolf Mantel, Daniel Heymann, Julio Hipólito G. Olivera, Omar Chisari, así como el aliento permanente a la publicación del anterior que me dio el profesor Alberto Porto. También quiero agradecer al profesor Alfredo Canavese por su aportación en una de las secciones del trabajo, y, de modo especial, agradezco a Federico Guerrero por sus comentarios y por su apoyo permanente. Los errores y omisiones son de mi exclusiva responsabilidad.

² Universidad de San Andrés
Universidad de Buenos Aires
Instituto Torcuato Di Tella

³ Esta observación me fue hecha oportunamente por el prof. Daniel Heymann en ocasión del comentario realizado por él a la versión anterior de este trabajo.

tales subsidios, dependiendo de los retornos que pueden obtenerse del capital humano, y también del esquema impositivo elegido por el Gobierno.

Cabe aclarar que en buena parte de la literatura (vg Romer, 1986) este tema ha sido parcialmente aclarado. Sin embargo, no encontramos trabajos que traten de manera más específica este tema.

II - El esquema de Lucas. Implicancias para la optimalidad y el equilibrio de mercado.

Utilizaremos la estructura propuesta por Lucas para el tratamiento. Existen otros tratamientos más complejos, e inclusive, más profundos desde el punto de vista analítico. Sin embargo, preferimos incluir el problema en un modelo sencillo, a fin de concentrarnos en la introducción de una política tributaria⁴.

Lucas introduce el típico problema de optimización, en el que existen L agentes similares en cuanto a sus preferencias por el consumo intertemporal. Así, Lucas presenta la siguiente función de utilidad⁵:

$$U(c_t) = \frac{1}{1-\sigma} c_t^{1-\sigma} L \quad (1)$$

donde σ puede ser interpretado, sea como el coeficiente de Arrow - Pratt de aversión al riesgo en términos relativos, o bien como la elasticidad de sustitución intertemporal. En cualquiera de los dos casos, se la supone constante.

En un modelo con capital humano, la función de producción agregada incluye, además de los dos típicos factores, capital (K) y trabajo (L), el grado de "desarrollo" en términos de "habilidades" del último factor nombrado. Lucas lo denota con h_t , el cual, además, tiene un comportamiento dinámico basado en el esfuerzo de los agentes consumidores en incrementar esta variable. El monto total de trabajo dedicado a la producción de bienes se denota por L_t . h_t u., es decir, el total de la fuerza de la mano de obra, aumentada por su grado de desarrollo, multiplicada por la fracción del tiempo total que el factor

⁴ La literatura sobre tributación y crecimiento es relativamente abundante. Pueden citarse los trabajos de Stiglitz (1979), R. Becker (1985), K. Judd (1985), y S. Rebelo (1991) para la consulta sobre la relación entre sistemas tributarios y crecimiento. También existen trabajos referidos a problemas de tributación óptima en términos dinámicos, como el de Schenone (1973), y Atkinson y Stiglitz (1979), aunque con mayor énfasis en problemas de asignación intertemporal de los recursos.

⁵ Si bien la formulación de Lucas es algo diferente, debido a que el argumento de la función exponencial no es c_t , sino $c_t - 1$, la interpretación general de este tipo de preferencias no parece verse afectada por esta modificación.

trabajo dedica a producir el único bien de la economía, denotada por u , donde $0 < u < 1$. Sin embargo, el capital humano, visto desde el punto de vista de los "conocimientos" del factor laboral, es considerado como un bien no privado, más específicamente, un bien público no puro, es decir, con cierto grado de congestión, pero generadora de externalidades. En este caso, se está considerando explícitamente la educación pública, pues si aquella fuera provista por entes privados exclusivamente, los efectos externos de la educación podrían disiparse, pues cada unidad generadora de conocimientos podría estar en condiciones de poner un precio equivalente a la disposición a pagar por parte de los demandantes de educación. Sin embargo, lo más factible es que tal posibilidad sea muy difícil de conseguir, con lo cual la idea de la educación como generadora de externalidades puede ser sostenida sin mayores inconvenientes. El modelo de Lucas propone incluir al nivel "promedio" de capital humano en la función de producción para reflejar tales externalidades. En otros casos⁶, se incluye un sector diferente del productor de bienes y servicios, que se encarga exclusivamente de producir capital humano (algo así como un sector de research).

La tecnología, entonces, queda reflejada en la siguiente función de producción de tipo Cobb-Douglas:

$$Y_t = AK_t^\alpha [u_t h_t L_t]^{1-\alpha} [h_t^*]^\theta \quad (2)$$

donde h^* es el nivel promedio de capital humano en el instante t .

Por otro lado, el nivel de capital humano puede incrementarse en base al "propio esfuerzo" de los trabajadores, dedicándole la fracción $(1 - u)$ del total de horas de trabajo a este cometido. Lucas propone una dinámica lineal para este supuesto, quedando la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{h}_t = h_t \gamma [1 - u_t] \quad (3)$$

donde "gamma" es el parámetro que refleja la "velocidad" de ajuste de h . En el fondo, este parámetro debiera reflejar el grado de desarrollo del sector productor de conocimientos, o aún más claramente, cuán eficientemente un "estudiante" podría aprovechar sus horas de estudio, lo cual dependerá del estado en que se encuentre el sistema educativo o similares.

Lucas trata de llegar a dos tipos de senderos temporales, uno que refleje la "optimalidad" y el otro el "equilibrio de

⁶ Véase, por ejemplo, Romer (1990).

mercado"⁷. En un caso, se trata de maximizar la función de utilidad dada por (1) sujeto a ambas restricciones (2) y (3), pero suponiendo que el nivel promedio h' es igual simplemente a h para cada instante t . Esto implica, en principio, que el crecimiento de h , en el tiempo queda bajo el "control" del agente maximizador⁸. Es decir, que la externalidad es totalmente introducida en la decisión del "planificador" para encontrar el óptimo social. En cambio, el equilibrio de mercado no incorpora de manera explícita la decisión sobre el promedio del nivel de capital humano. Esto es así pues, para los agentes, tal promedio es tomado como un dato, pero no se creen en condiciones de modificar el sendero de h' . Sólo si el sendero que los agentes esperan para h' coincide con el que deciden para su propio h se dice que el sistema está en equilibrio. Este concepto de equilibrio, si bien parece ser razonable desde un punto de vista intuitivo, podría generar alguna duda sobre su validez en un contexto de un estricto perfect foresight. La razón es que, si todos los agentes tuvieran previsión perfecta, entonces siempre deberían saber que $h = h'$, lo cual implicaría introducir este supuesto, no en las condiciones de primer orden, como lo muestra el modelo original, sino ya en la función objetivo, como usualmente se establece en la literatura. Por lo tanto, si se dieran todos estos pasos, entonces llegaríamos al problema de eficiencia, y no al de equilibrio, como puede apreciarse en las anteriores ecuaciones. Sin embargo, haremos abstracción de estos razonamientos, a fin de aplicar al esquema original de Lucas los conceptos sobre esquemas de impuestos - subsidios que queremos analizar.

Podemos, entonces, encontrar las condiciones de optimización según el principio de máximo de Pontryagin et al. (1957), formulando el Hamiltoniano de valores corrientes:

$$H = \frac{L}{1-\sigma} C^{1-\sigma} + \mu_1 [AK^\alpha (u h L)^{1-\alpha} - LC] + \mu_2 [\gamma h (1-u)] \quad (4)$$

donde

$$\mu_1 = \lambda_1 e^{\rho t} \quad (5)$$

es decir, μ , representa el precio sombra del capital físico.

Además:

⁷ Vg. Lucas (1988), pág. 20.

⁸ Esta interpretación se debe a que, según la restricción (3), la tasa de crecimiento de h se determina, en parte, a la propia decisión de los consumidores, dada por $u(t)$.

$$\mu_2 = \lambda_2 e^{\rho c} \quad (6)$$

μ_2 representa el precio sombra a valores corrientes del capital humano.

Para encontrar el sendero óptimo tomamos al valor promedio del capital humano igual a h_0 . En tal caso, las variables de control son el consumo, c , y la fracción destinada por los trabajadores - consumidores a producir bienes y servicios, u . Las condiciones de primer orden de maximización son:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = LC^{-\sigma} - L\mu_1 = 0 \quad (7)$$

y

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \mu_1 [(1-\alpha)AK^\alpha (uhL)^{-\alpha} Lh^{1-\alpha}] - \mu_2 \gamma h = 0 \quad (8)$$

La interpretación de (7) es directa. Por un lado, la utilidad marginal del consumo debe igualar al valor corriente del precio sombra de una unidad más de producto destinado a la inversión. Es decir, que en el óptimo deben igualarse los valores marginales sociales de una unidad adicional de bien de consumo con el de una unidad de bien de capital. La ecuación (8) indica que el valor marginal de las horas destinadas a la producción de bienes y servicios por parte de los agentes debe igualar a las que se destina a la producción de conocimientos.

Por otro lado, sabiendo que las variables de estado son K (el capital físico) y h (el capital humano) las restantes condiciones de optimalidad dinámica son:

$$\dot{\mu}_1 = \rho \mu_1 - \frac{\partial H}{\partial K} \quad (9)$$

es decir:

$$\dot{\mu}_1 = \rho \mu_1 - \mu_1 A \alpha K^{\alpha-1} (uhL)^{1-\alpha} h^0 \quad (10)$$

Por otro lado también debe cumplirse que:

* Para un análisis más detallado, puede consultarse, por ejemplo, Kamien-Schwartz (1991), Parte II, Sección 2, o bien el trabajo original de Pontryagin et al. (1957), cap.1 y 2.

$$\dot{\mu}_2 = \rho \mu_2 - \frac{\partial H}{\partial h} \quad (11)$$

con lo cual en el modelo que se describe queda:

$$\dot{\mu}_2 = \rho \mu_2 - \mu_1 (1 + \theta - \alpha) A K^\alpha (uL)^{1-\alpha} h^{\theta-\alpha} - \mu_2 \gamma (1-u) \quad (12)$$

Las condiciones de transversalidad para un problema de horizonte infinito queda:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_{1t} K_t e^{-\rho t} = 0 \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_{2t} h_t e^{-\rho t} = 0 \quad (14)$$

Las ecuaciones (7), (8), (10), (12), (13) y (14) dan como resultado las condiciones de optimalidad, teniendo en cuenta que incorporamos explícitamente a las externalidades dentro de h , una de las variables de estado. Esto determina senderos óptimos para las variables de control y las de estado. Sin embargo, el agente individual no toma a h^* como un sendero determinado por el problema de optimización, sino que en realidad está dado para el individuo. Por tanto, como se aclaró más arriba, el mercado de bienes y el de "capital humano" estará en equilibrio sólo cuando el path esperado por los agentes para el nivel promedio de conocimientos sea igual al path elegido para la variable h (individual). En este sentido, entonces, el Hamiltoniano a valores corrientes se transformará en:

$$H' = \frac{L}{1-\sigma} C^{1-\sigma} + \mu_1 [A K^\alpha (u h L)^{1-\alpha} h^{\theta-\alpha} - N C] + \mu_2 [\gamma h (1-u)] \quad (15)$$

Las condiciones de primer orden serán las mismas que las anteriores excepto por la ecuación (12), la cual es reemplazada por:

$$\dot{\mu}_2 = \rho \mu_2 - \mu_1 A (1-\alpha) K^\alpha (uL)^{1-\alpha} h^{\theta-\alpha} h^{\theta-1} - \mu_2 \gamma (1-u) \quad (16)$$

Si la condición de equilibrio es que $h = h^*$, entonces:

$$\dot{\mu}_2 = \rho\mu_2 - \mu_1 A(1-\alpha) K^\alpha (uL)^{1-\alpha} h^{\theta-\alpha} - \mu_2 \gamma(1-u) \quad (17)$$

¿ Cómo podemos determinar la distorsión proveniente del capital humano? Lucas resuelve el problema del siguiente modo:

De la ecuación (7) podemos obtener:

$$\dot{\mu}_1 = -\sigma c^{-\sigma-1} \dot{c} \quad (18)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1} = -\sigma \frac{\dot{c}}{c} \quad (19)$$

Reemplazando en (10) queda que:

$$-\sigma \frac{\dot{c}}{c} = \rho - \mu_1 \alpha A K^{\alpha-1} u h L^{1-\alpha} h^{\theta} \quad (20)$$

Si denotamos a la tasa de crecimiento del consumo con la letra griega "kappa" y despejando queda:

$$\alpha A K_c^{\alpha-1} (u_c h_c L_c)^{1-\alpha} h_c^{\theta} = \rho + \sigma \kappa \quad (21)$$

Por otro lado, si denotamos con la letra griega "nu" la tasa de crecimiento del capital humano, queda que:

$$\frac{\dot{h}}{h} = \gamma(1-u) = \nu \quad (22)$$

Del problema de optimalidad podemos obtener la tasa de crecimiento del consumo, kappa, en función de la tasa de crecimiento del capital humano, sabiendo que, en el largo plazo, las tasas de crecimiento del consumo per cápita y del capital físico per cápita deben igualarse¹⁰. La expresión a la cual se llega es:

¹⁰ Para una demostración formal, véase Duitzky - Porto (1992)

$$\kappa = \frac{1-\alpha+\theta}{1-\alpha} v \quad (23)$$

Ahora bien, la pregunta es si es posible encontrar alguna expresión para ν , es decir, para $d(\ln h)/dt$, en función de los parámetros del modelo. Lucas analiza ello, tanto desde el punto de vista de la optimalidad como del equilibrio. Por lo tanto, obtiene dos expresiones diferentes de ν , uno correspondiente al problema del "planificador" y otro al de los agentes individuales. El primero surge de tomar la ecuación (22), (23) y la siguiente:

$$(\alpha-\sigma)\kappa - (\alpha-\theta)v + n = \rho - \gamma - \frac{\theta}{1-\alpha}\gamma u \quad (24)$$

El lado derecho de la igualdad se obtiene derivando con respecto al tiempo las condiciones de primer orden (7) y (8), mientras que el lado derecho se obtiene de las ecuaciones (8) y (12), para obtener la tasa de crecimiento de μ . Si despejamos el valor de ν que verifica las tres ecuaciones, entonces se obtiene:

$$v^* = \frac{1}{\sigma} \left[\gamma - \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\theta} (\rho-n) \right] \quad (25)$$

Para obtener la tasa de variación instantánea de h , correspondiente al equilibrio, utilizamos las ecuaciones (22), (23) y la siguiente:

$$\rho - \gamma = (\alpha-\sigma)\kappa - (\alpha-\theta)v + n \quad (26)$$

El lado izquierdo de (26) es la misma expresión que la del lado derecho de la ecuación (24). El lado derecho fue obtenido a través de la combinación de las ecuaciones (8) y (17), que muestra el sendero de μ en el caso de equilibrio. Podemos llegar entonces a la siguiente expresión:

$$v = \frac{(1-\alpha) [\gamma - (\rho-n)]}{\sigma(1-\alpha+\theta) - \theta} \quad (27)$$

que es la tasa de crecimiento del capital humano que surge de tomar como exógeno el nivel medio de aquél en la función de producción.

Desde este punto de vista, podemos medir la distorsión en términos de tasas de crecimiento del capital humano. La diferencia entre ambas expresiones es:

$$v^*-v = \frac{\gamma(1-\alpha+\theta)^2(\sigma-1) + (\rho-n)\theta(1-\alpha)}{\sigma(1-\alpha+\theta)[\sigma(1-\alpha+\theta)-\theta]} \quad (28)$$

que es la expresión general. Para que la distorsión sea positiva debe suceder que:

$$\sigma > 1 - \frac{(1-\alpha)(\rho-n)\theta}{\gamma(1-\alpha+\theta)^2} \quad (29)$$

En el caso analizado por Lucas, se supone que $\sigma = 1$ para simplificar la expresión, de manera tal que:

$$v^*-v = \frac{\theta}{1-\alpha+\theta} (\rho-n) \quad (30)$$

con lo cual, la distorsión depende de la diferencia entre la tasa de preferencia intertemporal y la tasa de crecimiento de la población, y del efecto del capital humano sobre la función de producción. Cuanto mayor sea el efecto de la externalidad introducida por aquél sobre la producción de bienes, mayor es la distorsión producida por la no incorporación de tal efecto sobre la decisión de los agentes individuales.

Hasta ahora nos hemos remitido a repasar el esquema propuesto por Lucas, quien no agrega demasiado sobre el modo de corregir tal distorsión. Nos propondremos ahora observar cómo a través de la política fiscal se podría corregir tal situación, pero qué cuestiones adicionales traería este tipo de medidas. En especial, ¿es posible que una política tributaria determinada pueda introducir una distorsión adicional que compense la ganancia de bienestar proveniente del subsidio a la actividad generadora de externalidades positivas, es decir, la educación? Esta cuestión es la que trataremos de dilucidar ahora.

III - ¿Cuál es el subsidio necesario? Un esquema dinámico.

Para observar cuál debe ser el subsidio para corregir la distorsión, es necesario plantear la manera en que introducimos tal subsidio. En nuestro caso podemos suponer que la tasa de crecimiento del capital humano no sólo depende del esfuerzo hecho por los agentes, sino que tal esfuerzo es incentivado desde el Estado a través de un subsidio, que denotamos con la letra griega tau (τ), llegando a la siguiente ley de ajuste para h_t :

$$\frac{\dot{h}}{h} = \gamma (1-u) (1+\tau) \quad (31)$$

que reemplaza la ecuación (3). Se sigue que el Hamiltoniano a valores corrientes es:

$$H = \frac{L}{1-\sigma} C^{1-\sigma} + \mu_1 [AK^\alpha (u h L)^{1-\alpha} h^{-\theta} - Lc] + \mu_2 [h\gamma (1-u) (1+\tau)] \quad (32)$$

Las condiciones de primer orden son las ecuaciones (7), (10) (pues la tecnología y las preferencias no han sufrido variaciones con respecto al modelo original de Lucas), y las siguientes:

$$\mu_1 A (1-\alpha) K^\alpha (hL)^{1-\alpha} u^{-\alpha} (h^*)^\theta = \mu_2 h\gamma (1+\tau) \quad (33)$$

que, en el equilibrio, corresponde a:

$$\mu_1 A (1-\alpha) K^\alpha L^{1-\alpha} u^{-\alpha} h^{1-\alpha-\theta} = \mu_2 h\gamma (1+\tau) \quad (34)$$

Y la restante es:

$$\dot{\mu}_2 = \rho \mu_2 - \mu_1 A (1-\alpha) K^\alpha (uL)^{1-\alpha} h^{\theta-\alpha} - \mu_2 \gamma (1-u) (1+\tau) \quad (35)$$

que reemplazarían a las ecuaciones (8) y (17) respectivamente, para obtener así el sendero de **equilibrio**. Sin embargo, ahora el Gobierno trata de inducir por medio del subsidio a incrementar más aún la tasa de crecimiento del capital humano. Para obtener el valor de τ que corrija exactamente la distorsión, podemos proceder de manera análoga al anterior. Tomando las ecuaciones (34) y (35) podemos expresar la tasa de crecimiento de μ_2 incluyendo el subsidio, llegando a la siguiente ecuación:

$$\frac{\dot{\mu}_2}{\mu_2} = \rho - \gamma (1+\tau) \quad (36)$$

Igualando esta expresión con la resultante de diferenciar las ecuaciones (7) y (34), considerando que τ (τ) es una variable independiente de t (time-invariant), obtenemos:

$$(\alpha - \sigma) \kappa - (\alpha - \theta) v + \pi = \rho - \gamma (1+\tau) \quad (37)$$

Considerando (23) podemos despejar la tasa ν en función de los parámetros fundamentales y de la variable de política fiscal:

$$\bar{\nu} = \frac{(1-\alpha) [\gamma - (\rho - n) + \gamma\tau]}{\sigma(1-\alpha+\theta) - \theta} \quad (38)$$

O bien:

$$\bar{\nu} = \nu + \frac{\tau\gamma(1-\alpha)}{\sigma(1-\alpha+\theta) - \theta} \quad (39)$$

Si el coeficiente de aversión al riesgo relativo es 1, es decir, si $\sigma = 1$, entonces queda que:

$$\bar{\nu} = \nu + \gamma\tau \quad (40)$$

Por tanto, el subsidio que iguala la tasa de crecimiento de h_t de equilibrio con la óptima es:

$$\tau^* = \left(\frac{\theta}{1-\alpha+\theta} \right) \left(\frac{\rho-n}{\gamma} \right) \quad (41)$$

Este subsidio es el que permite que, a partir de decisiones individuales, sea posible obtener una tasa de crecimiento del capital humano (y consecuentemente, del consumo y el capital físico) igual al eficiente.

Obsérvese, sin embargo, que no hemos hecho referencia alguna al financiamiento de tal subsidio que debe obtener el sector público para poder implementarlo. En la sección siguiente trataremos de analizar el mismo problema suponiendo que el Gobierno financia estas transferencias con un impuesto sobre la producción del único bien producido en la economía.

IV.- Las transferencias a la producción de capital humano y los impuestos a la producción.

Supongamos ahora que el sector público realiza transferencias para eliminar la distorsión producida como consecuencia del capital humano, pero al mismo tiempo cobra impuestos sobre la producción del único bien existente en esta economía. En este caso, el hamiltoniano de valores corrientes para obtener el sendero de equilibrio es:

$$H = \frac{L}{1-\sigma} C^{1-\sigma} + \mu_1 \{ (1-\tau) (AK^\alpha (u h L)^{1-\alpha} (h^*)^\theta) - L C \} + \mu_2 \{ h \gamma (1-u) (1+\tau) \} \quad (42)$$

Nótese que ahora hemos introducido el coeficiente τ no sólo como subsidio para el agente que invierte en capital humano sino también como un impuesto sobre el producto (implicado por hecho de estar multiplicado por $(1-\tau)$).

Sin embargo, es posible demostrar que si τ es una variable del tipo *time - invariant*, entonces la tasa óptima de subsidio para la producción de capital humano no varía con respecto a la dada por la expresión (41). En efecto, las condiciones de primer orden son, la ecuación (7), por un lado, y las siguientes:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \mu_1 (1-\tau) (1-\alpha) AK^\alpha (uL)^{-\alpha} L h^{1-\alpha-\theta} - \mu_2 h \gamma (1+\tau) = 0 \quad (43)$$

$$\dot{\mu}_1 = \rho \mu_1 - A (1-\tau) \alpha K^{\alpha-1} (uL)^{1-\alpha} h^{1-\alpha-\theta} \quad (44)$$

$$\dot{\mu}_2 = \rho \mu_2 - A \mu_1 (1-\tau) (1-\alpha) K^\alpha (uL)^{1-\alpha} h^{\theta-\alpha} - \mu_2 \gamma (1-u) (1+\tau) \quad (45)$$

De la ecuación (7) y (43) se obtiene la siguiente expresión para μ , diferenciando respecto de t :

$$\frac{\dot{\mu}_2}{\mu_2} = (\alpha - \sigma) \kappa - (\alpha - \theta) v + n \quad (46)$$

que es exactamente el miembro derecho de (37), siendo independiente de $(1-\tau)$. Por otra parte, de (43) y (45) obtenemos:

$$\frac{\dot{\mu}_2}{\mu_2} = \rho - \gamma (1+\tau) \quad (47)$$

equivalente a la ecuación 36. Por tanto, igualando (47) a (46), sabiendo además que se cumple (23)¹¹ obtenemos una expresión para la tasa de crecimiento del capital humano de equilibrio igual a la que da la expresión (39). De este modo, ninguna tasa impositiva que afecte el nivel de producto afectará la tasa de

¹¹ Esto se debe al hecho de que, al ser la tasa τ independiente del tiempo, cuando diferenciamos la ecuación (44) con respecto al tiempo, la expresión $(1-\tau)$ desaparece.

crecimiento del capital humano, y por ende, tampoco afectará la tasa de crecimiento del capital per cápita ni del consumo.

Como consecuencia, se puede asegurar que en el caso de una política tributaria que tienda a gravar los niveles de producto para financiar el subsidio al capital humano, en el largo plazo, no introducirá ninguna distorsión adicional al modelo, distorsión medida en términos de tasas de crecimiento (como se lo mide usualmente en la literatura sobre crecimiento)¹². De hecho, puede demostrarse que, si la tasa impositiva, τ , se la considera invariante con respecto al tiempo (en otras palabras, si computamos la "alícuota de largo plazo") entonces ningún impuesto que grave niveles, tanto de producto, consumo, como de inversión en capital físico, podrán afectar la tasa de crecimiento de largo plazo, tanto del capital físico, del consumo per cápita como del capital humano.¹³

V.- Un modelo de tributación sobre el capital con alícuota variable: un caso simple de gravación "progresiva"

En vista de los resultados de la sección IV, consideramos en esta nueva sección la posibilidad de que el sector público trate de gravar el rendimiento sobre el capital, es decir, la tasa de interés, que en el equilibrio debería igualar a la productividad marginal del capital físico, para financiar el subsidio al capital humano, con una tasa τ que ya no sea invariante temporal sino que dependa positivamente del stock de capital físico per cápita, es decir¹⁴:

$$\tau = \tau(k), \quad \tau' > 0, \quad \tau'' = 0 \quad (48)$$

En este caso, podemos reformular las condiciones de primer orden, que se transformarán en:

$$c^{-\sigma} = \mu_1 \quad (49)$$

¹² Hacemos abstracción de los niveles de las variables del modelo en el largo plazo, pero es posible que aquéllos sí se vean afectados por alguna política tributaria.

¹³ Dicho de otro modo, ninguna política tributaria que grave niveles de flujos podrá afectar sus tasas de crecimiento de largo plazo.

¹⁴ El supuesto sobre τ se postuló para obtener algún grado de simplicidad del modelo.

$$\mu_1 A (1-\alpha) K^\alpha L^{1-\alpha} u^{-\alpha} h^{1-\alpha-\theta} = \mu_2 h \gamma (1+\tau(k)) \quad (50)$$

$$\dot{\mu}_1 = \rho \mu_1 - \mu_1 (A \alpha K^{\alpha-1} u^{1-\alpha} h^{1-\alpha-\theta}) (1-\tau(k)) \quad (51)$$

$$\dot{\mu}_2 = \rho \mu_2 - \mu_1 A (1-\alpha) K^\alpha (uL)^{1-\alpha} h^{\theta-\alpha} - \mu_2 \gamma (1-u) (1+\tau(k)) \quad (52)$$

Diferenciando (49) y reemplazando en (51) llegamos a la siguiente expresión:

$$\rho + \sigma \kappa = (A \alpha K^{\alpha-1} h^{1-\alpha-\theta}) (1-\tau(k)) \quad (53)$$

Diferenciando (53) con respecto a t , sabiendo que la tasa de crecimiento del consumo per cápita no varía en el largo plazo, se obtiene ahora la siguiente expresión para κ :

$$\kappa = \frac{(1-\alpha+\theta)}{(1-\alpha + \frac{k\tau'}{1-\tau(k)})} \nu \quad (54)$$

Por otro lado, si diferenciamos la condición (50) con respecto al tiempo y reemplazando la derivada de (49) con respecto al tiempo queda la siguiente expresión para la tasa de crecimiento de μ :

$$\frac{\dot{\mu}_2}{\mu_2} = (\alpha - \sigma - \frac{k\tau'}{1+\tau(k)}) \kappa + n - (\alpha - \theta) \nu \quad (55)$$

Y de las ecuaciones (50) y (52) se obtiene:

$$\frac{\dot{\mu}_2}{\mu_2} = \rho - \gamma (1+\tau(k)) \quad (56)$$

Igualando (55) y (56), y tomando en cuenta la expresión (54), se obtiene la tasa de crecimiento del capital humano de

largo plazo en función de la tasa impositiva $\tau(k)$, considerando que $\sigma = 1$:

$$v = \frac{[(1-\alpha)(1-\tau(k)) + \tau'] [(1+\tau(k))(\rho-n) - \gamma(1+\tau(k))^2]}{1-\tau(k)^2 - 2\tau' - \tau'(1-\tau(k))(\theta-\alpha)} \quad (57)$$

Con este resultado, podríamos igualar esta expresión con la tasa de crecimiento del capital humano de eficiencia (ecuación 25) para tratar de obtener la tasa impositiva $\tau(k)$ que igualara las dos tasas. Sin embargo, obsérvese que en un sentido la política tributaria queda parcialmente indeterminada, pues de realizarse el procedimiento descrito arriba, podríamos despejar la alícuota $\tau(k)$ en función de los parámetros de preferencias y tecnología, y de τ' , que también debiera ser una variable de política. En otras palabras, este ejercicio daría como resultado que existe un grado de libertad para manejar la política tributaria: el Gobierno puede fijar arbitrariamente, por ejemplo, un nivel de tasa impositiva, y en base a éste y a los valores de los parámetros de tipo fundamental, quedaría determinada el grado de progresividad de la política tributaria para obtener el crecimiento óptimo del capital humano. Este resultado no parece ser muy intuitivo, pues deja un margen relativamente amplio con respecto a los posibles valores que pueda tomar, ya sea $\tau(k)$ o $\tau'(k)$, cuando en la literatura tradicional tales variables sólo podrían tomar valores acotados. En consecuencia, tampoco parece ser ésta la variante "adecuada" para poder solucionar el problema de cómo reflejar los efectos del subsidio y de su financiamiento sobre las tasas de crecimiento, por supuesto, asentados sobre el esquema de Lucas¹⁵.

VI.- El modelo con un impuesto a la tasa de crecimiento del consumo. Consecuencias sobre la eficiencia.

Podríamos suponer alternativamente que el Gobierno trata de recolectar los fondos para financiar el subsidio a través de un impuesto sobre la tasa de crecimiento del consumo per cápita¹⁶, que, como hemos analizado, en el largo plazo debe igualar a la tasa de crecimiento del capital físico per cápita. En consecuencia, podemos asegurar que, en tal caso, la tasa de crecimiento "neta de impuestos" del consumo per cápita, de acuerdo a la expresión (23) es:

¹⁵ Puede notarse que este resultado es una consecuencia directa de la estructura de las preferencias y la tecnología. Queda abierta la posibilidad de cambiar la función de utilidad y la de producción para constatar si tal resultado es universal o no.

¹⁶ Este tipo de esquema impositivo puede también verse como uno de tipo progresivo sobre niveles de consumo, es decir, un esquema cuya alícuota se incrementa cuando aumenta el consumo per cápita. Agradezco al Profesor Alfredo Canavese por esta oportuna observación.

$$\kappa = \frac{(1-\alpha+\theta)}{(1-\alpha)} v(1-\tau) \quad (58)$$

En consecuencia, al reemplazar en la igualdad:

$$(\alpha-\sigma)\kappa - (\alpha-\theta)v + n = \rho - \gamma(1+\tau) \quad (59)$$

podremos llegar a que:

$$v\tau = \frac{\gamma(1+\tau) - (\rho-n)}{1-\tau(1-\alpha+\theta)} \quad (60)$$

(suponiendo que la elasticidad de sustitución intertemporal es 1).

Para obtener la alícuota que elimine la distorsión proveniente del capital humano, igualamos (60) a (25) y despejamos τ para obtener:

$$\tau^* = \frac{(\rho-n)\theta}{(1-\alpha+\theta)[2\gamma - (\rho-n)(1-\alpha)]} \quad (61)$$

Esta expresión es más compleja que la obtenida en (41). Ahora bien, éste no constituye el principal punto de conflicto. En realidad, si suponemos que la alícuota de largo plazo que cumple con (61) es efectivamente positiva, entonces, esta tasa elimina la distorsión por el lado del crecimiento del capital humano, pero impone una nueva desde el lado de su efecto sobre el crecimiento de k y c . En realidad, esta consecuencia es prácticamente introducida como supuesto, pero lo más destacable es observar cómo una política tributaria tendiente a financiar un subsidio para eliminar una distorsión causada por una externalidad proveniente de la educación puede llegar a ser contraproducente debido a la distorsión que la misma política impositiva puede generar. En efecto, si reemplazamos la expresión (61) en (58), y tratamos de obtener la diferencia entre la tasa óptima de crecimiento del consumo y capital físico per cápita y la que se obtiene en este caso, entonces llegamos a que:

$$\kappa^* - \kappa = \frac{\rho-n}{(1-\alpha)[2\gamma - (\rho-n)(1-\alpha)]} \quad (62)$$

La pregunta que nos hacemos es: ¿cuál de las dos distorsiones, dadas por (30) y (62) es mayor? La respuesta es ambigua, pues

depende básicamente de los valores de los parámetros. Sin embargo, si uno opera convenientemente, definiendo como D1 la distorsión proveniente de (62) y como D2 la que se define en (30), entonces uno puede llegar a lo siguiente:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{1-\alpha+\theta}{\theta(1-\alpha)(2\gamma(\rho-n)(1-\alpha))} \quad (63)$$

Para el caso en que el efecto de la externalidad es infinito, entonces:

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{D_1}{D_2} = \frac{1}{(1-\alpha)(2\gamma(\rho-n)(1-\alpha))} \quad (64)$$

Si bien no podemos afirmar nada acerca de si el cociente es menor o mayor que uno, para valores de gamma razonablemente grandes (es decir, si la eficiencia con que el sector productor de capital humano es relativamente importante) entonces tiende a ser menor que la unidad, con lo cual la distorsión proveniente de la política tributaria es menor que la que es causada por la presencia de las externalidades. Sin embargo, en el caso inverso, es decir, si el coeficiente gamma es cero, no solamente el cociente tendería a ser mayor que la unidad en valor absoluto, sino que, en realidad, llegaría a ser negativo. Este resultado proviene del hecho de que si gamma es cero, la tasa de crecimiento del capital humano es cero, con lo cual no existiría ninguna posibilidad de que en esta economía existiera crecimiento a largo plazo. Por eso, no tiene sentido pensar en esta última alternativa, debido a la trivialidad del resultado.

VI.- Conclusiones y consecuencias de política económica para el crecimiento.

En los modelos con crecimiento endógeno, en los cuales existen efectos externos derivados de la utilización de capital humano (especialmente en lo que se refiere a la educación) pueden observarse que las tasas de crecimiento que se obtienen de acuerdo a la decisión de los individuos no es la que óptimamente podría tenerse para el caso del agente "planificador". En otras palabras, las externalidades generan distorsiones que implican un crecimiento menor que si aquéllas fueran totalmente internalizadas. Para corregir tales problemas, la literatura usualmente acude, o bien a mecanismos de corrección por negociación individual¹⁷, o bien a la intervención estatal por medio de un esquema de impuestos y subsidios. En el caso descrito, la existencia de una externalidad positiva, dada por la educación, implica la necesidad de subsidiar la producción de

¹⁷ Para ilustrar estos procedimientos, puede consultarse el trabajo conocido de R. Coase (1960).

capital humano para eliminar la distorsión observada a nivel de tasas de crecimiento. Por ese motivo, el Sector público tendría incentivos a otorgar tales transferencias. Sin embargo, el problema del financiamiento del subsidio puede introducir consecuencias más complejas. El trabajo muestra que, si es posible gravar progresivamente el consumo para recaudar los impuestos necesarios para financiar la producción de capital humano, entonces el Estado podría introducir una nueva distorsión, compensando en parte el efecto "neutralizante" del subsidio. Sin embargo, puede existir otro tipo de esquemas tributarios, como el impuesto "general" a la venta de productos, que no tendrían el anterior dilema, al menos en términos de tasas: estos esquemas tributarios que gravan niveles de flujo de bienes y servicio no introducen distorsiones negativas sobre las tasas de crecimiento, aunque podría introducirlos en cuanto a niveles óptimos.

Para el caso en que la eficiencia en la producción es muy baja (reflejado en el hecho de que el parámetro γ es muy pequeño) la acción de política económica debería dar dos pasos. Primero, mejorar la calidad en la educación, lo cual implicaría un incremento del parámetro mencionado, y solamente a posteriori de esta acción debería optarse por algún esquema de impuestos y subsidios¹⁸.

Estas conclusiones solamente tienen validez sobre consideraciones de largo plazo. Sería muy conveniente que esta problemática siga siendo investigada para obtener conclusiones en cuanto a la transición hacia el largo plazo. Por otra parte, convenimos en utilizar un esquema relativamente simple, como el trabajado por Lucas, pero no sería nada ocioso analizar estas mismas implicancias en otros esquemas más complejos de crecimiento, para comprobar su validez en aquellas, y también queda abierta la posibilidad de discutir otros sistemas tributarios no contemplados aquí.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Atkinson, A., Stiglitz, J. (1980). Lectures on Public Economics. Mc-Graw Hill, England.
- Becker, R. (1985). "Capital Income Taxation and Perfect Foresight". Journal of Public Economics, Vol. 26, Pág 147 - 167, March.
- Coase, R. (1960). "The Problem of Social Cost". Journal of Law and Economics, Vol. 3, Pag. 1 - 44.
- Dulitzky, D., Porto, G. (1992). "Capital humano y externalidades de la educación. Efectos en el crecimiento argentino (1913 - 1984)". Anales de la XXVII Reunión anual de la Asociación Argentina de Economía Política, Tomo 1, pag 627 - 660.

¹⁸ Agradezco a Federico Guerrero por haberme sugerido este punto.

- Judd, K. (1985). "Redistributive Taxation in a Simple Perfect Foresight Model". Journal of Public Economics, Vol. 28, Pag 59 - 83, October.
- Kamien, M., Schwartz, N. (1991) Dynamic Optimization. The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management. Elsevier Science Publishing, North Holland. Amsterdam.
- Kawamura, E. (1993). "Crecimiento óptimo, crecimiento endógeno y sistema de precios". Universidad de Buenos Aires. Mimeo.
- Lucas, R. (1988). "On the Mechanics of Economic Development". Journal of Monetary Economics, Vol. 22, pág 3 - 42, July.
- Pontryagin, L., Boltyanskii, V., Gramkrelidze, R., Mishchenko, E. (1962). The Mathematical Theory of Optimal Processes. John Wiley & Sons, New York.
- Rebelo, S. (1991). "Long Run Policy Analysis and Long-Run Growth". Journal of Political Economy, Vol. 99, pág 500 - 521.
- Romer, P. (1986). "Increasing Returns and Long-Run Growth". Journal of Political Economy, Vol. 94, Pág. 1002 - 1037, October.
- Romer, P. (1990). "Endogenous Technical Change", Journal of Political Economy, Vol. 98, Nº5, Part 2, PágS71 - S102, October.
- Schenone, O. (1973). "A Dynamic Analysis of Taxation" American Economic Review, Vol. 65, Nº 1, Pág. 101 - 114, March.
- Stiglitz, J. (1978). "Notes on Estate Taxes, Redistribution, and the Concept of Balanced Growth Path Incidence". Journal of Political Economy, Vol. 86, Nº2, Part 2, Pág. S137 - S150.