

Instituto de Economía y Finanzas  
Facultad de Ciencias Económicas  
Universidad Nacional de Córdoba

**LOS DETERMINANTES DEL APRENDIZAJE**

José A. Delfino

Una versión preliminar de este trabajo se ha desarrollado  
en el Proyecto MEJ/PNUD/Banco Mundial nro 87/012 - 87/009

Córdoba, setiembre de 1988.

## LOS DETERMINANTES DEL APRENDIZAJE

### Introducción

En todo sistema educativo la evaluación de los resultados del proceso de aprendizaje tiene una importancia central, pues de alguna manera mide el aprovechamiento de los recursos que emplea. Tanto los maestros como los alumnos consideran natural que estos deban probar su nivel de conocimientos. Sin embargo, las notas de las "pruebas" proporcionan una estimación imperfecta de su eficiencia, pues es como tratar de medir los beneficios de una actividad productiva, definidos como la diferencia entre los ingresos obtenidos y los recursos empleados, considerando únicamente los primeros.

Sólo si las condiciones del alumno y el entorno escolar fueren los mismos, las calificaciones podrían compararse. Las diferencias en los componentes del proceso de enseñanza casi siempre determinan resultados distintos. Es evidente que un alumno que sólo difiera de un compañero en su coeficiente intelectual sacará mejores notas; dos alumnos con las mismas condiciones pueden obtener resultados diferentes debido a la capacidad del maestro que los educa, a las características de la escuela a la que concurren o a otros factores involucrados en el aprendizaje.

Por este motivo la comparación de evaluaciones sin una referencia explícita a los recursos empleados en la enseñanza proporciona una información incompleta, pues no identifica los componentes del sistema educativo que explican las diferencias, permite comparar la contribución de cada uno de ellos y por consiguiente no proporciona evidencias que ayuden a tomar decisiones destinadas a optimizar su empleo.

Esta es una cuestión importante, pues en gran cantidad de casos es posible mejorar los resultados de un sistema educativo

solo reasignando parte de los recursos que emplea.

En las últimas dos décadas que comienzan con el trabajo pionero de Coleman et al (1966), se realizaron numerosos estudios destinados a examinar los determinantes del rendimiento escolar y comenzaron a considerarse con bastante detalle los principales componentes del proceso de enseñanza sugeridos por la observación causal y la literatura educativa, generalmente agrupados en tres grandes categorías: Las condiciones del alumno, la calidad del maestro y las características de la escuela. Numerosos estudios empíricos comprobaron que el nivel socioeconómico de los alumnos, algunos atributos que califican a los maestros y ciertas características de la escuela contribuyen de una manera esencial a la determinación del nivel de aprendizaje y tienen una clara influencia sobre los rendimientos.

Los estudios por lo general emplean la "función de producción educativa" que en realidad es una expresión analítica que relaciona de un modo cuantitativo insumos y logros escolares y ayuda a identificar los determinantes del nivel de aprendizaje, proporcionando evidencias empíricas que pueden luego orientar las decisiones de política educativa.

A pesar de que en todo el mundo se realizaron numerosos estudios de este tipo (especialmente en escuelas primarias), en Argentina no existen hasta el momento. Algunas evaluaciones importantes se dedicaron fundamentalmente a examinar logros educativos, sin considerar el nivel y el impacto de los diferentes factores que componen el proceso de enseñanza. Este trabajo intenta cubrir esa falencia empleando una amplia prueba objetiva que proporciona alguna información sobre el nivel socioeconómico de los alumnos, complementada con datos sobre las condiciones de los maestros y algunas características de las escuelas.

Aunque los problemas y las necesidades del sistema educativo



difieren según los lugares, niveles y circunstancias, el estudio emplea técnicas de medición usuales que tienen una aplicación generalizada. Su objetivo es impulsar estudios empíricos que analicen el comportamiento de los recursos escolares tradicionales y proponer su empleo para evaluar los rendimientos de las nuevas tecnologías educativas, cuyo desarrollo ha despertado grandes expectativas en todo el mundo.

### **Los determinantes del nivel de aprendizaje**

El estudio de causalidad entre los recursos empleados en los procesos educativos y sus resultados generalmente se realiza con ayuda de las funciones de producción educativas, que constituyen una expresión analítica formal de la relación existente entre el aprendizaje y sus determinantes. Estos modelos son importantes, pues permiten contrastar empíricamente los resultados y expresarlos en forma cuantitativa, mostrando la importancia de los insumos empleados, sus rendimientos y los costos asociados con su instrumentación, cuestiones de gran interés para mejorar la organización escolar.

La mayoría de los trabajos empíricos encuentra una asociación positiva entre el grado de desarrollo de un país y la influencia de las variables escolares sobre el rendimiento académico. Sin embargo y a pesar de numerosas coincidencias, no todas las evidencias asignan similar importancia a los recursos más comunes, aunque en general destacan el predominio de las siguientes categorías.

#### **1. Condiciones genéticas y socioeconómicas**

La inteligencia del alumno depende de factores genéticos y su nivel socioeconómico de las características y posición de su familia. Las evidencias empíricas muestran una asociación

positiva entre condiciones naturales y aprendizaje y también existe acuerdo en que las familias con mayor nivel socioeconómico tienen una actitud más positiva hacia las ventajas de la educación y proporcionan mayores estímulos a sus niños en edad escolar, aumentando sus rendimientos.

Heyneman (1983) señala que a medida que una sociedad se industrializa, los logros educacionales están influidos de una manera creciente por las características socioeconómicas del alumno y otros factores extraescolares.

Aunque el "coeficiente intelectual" es una buena medida de las características genéticas del estudiante, son muy pocos los estudios que dispusieron esa información. El nivel socioeconómico del alumno se aproxima, en cambio, por numerosos indicadores cuantitativos. Winkler (1975), por ejemplo, emplea el número de elementos culturales en el hogar (medidos por la posesión de instrumentos musicales, una enciclopedia y la compra de un periódico, entre otros), por el número de hermanos (pues argumenta que reducen el ingreso y el contacto con los adultos) y por la propiedad de la vivienda.

Schiefelbein y Farrell (1983) miden el nivel socioeconómico de la familia del alumno por la educación del padre. Dolan y Schmidt (1987) generan, en cambio, variables socioeconómicas empleando el nivel de estudios cursados por los padres del estudiante, el ingreso familiar que perciben, la proporción de hogares con más de una persona por habitación y otros indicadores similares.

Simmons y Alexander (1978) comprobaron, por su parte, que el nivel socioeconómico influye fuertemente en la performance del alumno en la escuela primaria y en los primeros cursos de la secundaria para todas las materias examinadas y tiene un mayor impacto sobre el aprendizaje que las condiciones del maestro y las características de la escuela. Sus conclusiones se asientan en los resultados de una investigación llevada a cabo en Túnez

en 1972, que muestran que el nivel socioeconómico de los alumnos explica una mayor proporción de la variancia en el aprendizaje que los insumos escolares, en un estudio de comprensión de textos realizado por Thorndike en escuelas primarias de Chile, Irán y Tailandia en 1973 que solo encontró significativo el nivel socioeconómico de los alumnos y finalmente en un trabajo desarrollado por Cober - Keeves en 1973 que comprende 19 países y en el que se demuestra que las características del hogar son tan importantes en la determinación de los rendimientos como los insumos escolares.

En los cursos superiores de la secundaria, en cambio, la prolongada exposición a la dinámica escolar permite que las condiciones del maestro y las características de la escuela influyan sobre los niveles de aprendizaje, aunque en algunos países con mas intensidad que en otros.

## 2. Calidad del maestro

Aunque las condiciones del maestro parecen tener una influencia decisiva en la transmisión del conocimiento, tanto las formas de medir su contribución como los resultados obtenidos al contrastar esa proposición muestran fuertes discrepancias.

Existe coincidencia en señalar que la calidad del maestro depende en gran medida de la jerarquía de la institución en la que se graduó, de su experiencia docente y de sus esfuerzos destinados a perfeccionamiento y actualización. Estas condiciones y la remuneración que percibe por lo general se consideran representativas de la calidad de los servicios educativos que reciben los alumnos.

Las evidencias empíricas preponderantes parecen indicar que el nivel de aprendizaje de los alumnos está positivamente correlacionado con la calidad de la institución en la que graduó



el maestro, lo que significa que mientras mejores sean los institutos dedicados a la formación de docentes mejor será la enseñanza que éstos impartan. Los resultados referidos a su experiencia, en cambio, no son concluyentes.

Summers y Wolfe (1977) comprobaron, por ejemplo, que los alumnos pertenecientes a cursos de maestros egresados de colegios de mayor nivel académico alcanzaron mejores resultados en los exámenes. Coleman (1966) encontró, por su parte, que la experiencia del maestro tenía sólo una importancia marginal; Hanushek (1972) no detectó ninguna asociación estadísticamente significativa y Murnane (1975) comprobó que el impacto de la experiencia docente comprendida entre 1 y 3 años era apreciable si se lo comparaba con los resultados obtenidos por alumnos de cursos con maestros sin antigüedad, pero que los resultados marginales correspondientes a maestros con 3 a 5 años de experiencia docente eran poco importantes y que una antigüedad mayor no proporcionaba beneficios adicionales.

Summers y Wolfe (1977) encontraron también que los alumnos con un rendimiento superior al promedio del grado se beneficiaban con una mayor experiencia del maestro, mientras que los que estaban muy por debajo se veían perjudicados, lo que se explicaría por el entusiasmo de los nuevos maestros que probablemente destinen mayor tiempo a los alumnos menos aventajados.

La mayoría de los estudios revisados por Simmons y Alexander (1978) sugieren a su vez que la calificación del maestro no es importante en la escuela primaria y en los primeros cursos de la secundaria. Sin embargo, la experiencia docente tiene una influencia positiva en esos mismos cursos, aunque en los siguientes no parece importante.

Los resultados obtenidos por Winkler (1975) también muestran que un aumento en las remuneraciones de los maestros está positivamente correlacionado con una mejora en los

resultados. Dolan y Schmidt (1987) encontraron una asociación similar entre los rendimientos y los salarios de los nuevos docentes en los cursos elementales y los correspondientes a maestros con mayor experiencia en los superiores.

Una revisión de trabajos que relacionan variables del maestro con nivel de aprendizaje efectuada por Fuller (1986) encuentra en 21 casos sobre 30 una asociación positiva entre capacitación de los docentes y rendimiento de los alumnos. Se ha comprobado además que el entrenamiento de los maestros tiene una influencia significativa en los grados avanzados o en las materias más difíciles. Los estudios señalan también que los programas de capacitación de los planteles docentes son comunes entre las escuelas eficientes, aunque no aportan evidencias cuantitativas que midan los resultados.

### 3. Características de la escuela

Las evidencias empíricas demuestran que una cantidad apreciable de variables bajo el control de la escuela influye en los rendimientos escolares. Entre las principales se encuentran su tamaño, la relación alumnos - maestro, la composición del grupo estudiantil y las condiciones de quienes la conducen.

Si un curso mal dimensionado o una escuela de tamaño inapropiado disminuye el rendimiento escolar, los resultados del proceso educativo podrían mejorarse simplemente reasignando los recursos empleados. Esto significa que los elementos adecuados son una condición necesaria pero no suficiente para garantizar un buen rendimiento escolar.

#### i) El tamaño del grado

Los educadores tienen diversas opiniones sobre la relación que existe entre el tamaño de la clase y los rendimientos, aunque predomina la impresión de que el nivel de aprendizaje es mayor en los cursos más pequeños.



Cuatro estudios citados por Simmons y Alexander (1978) comprobaron que esta proposición es incorrecta. Sin embargo, señalan que en Puerto Rico, Malasia y el Congo, las clases mayores tienen un impacto negativo sobre el aprendizaje.

Summers y Wolfe (1977) encontraron por su parte que los estudiantes con bajo rendimiento (aquellos que tienen dos o más años por debajo el nivel del grado) se ven perjudicados cuando participan en clases relativamente grandes, los de rendimiento alto se benefician y los de nivel medio no se ven afectados.

La revisión de numerosos estudios realizada por Fuller (1986) indicaría, en cambio, que dentro de rangos normales la presencia de menos estudiantes por clase no tiene efectos consistentes sobre el aprendizaje: en 11 casos sobre 21 no se notaron diferencias en el rendimiento y en otros 5 los alumnos de clases mayores alcanzaron mejores resultados.

#### ii) La dimensión de la escuela

En el mismo trabajo de Summers y Wolfe (1977) el número de alumnos de la escuela (una variable indicativa de su tamaño) parece tener un efecto positivo sobre el aprendizaje, lo que significa que los niveles promedio de logro son mayores en las escuelas más grandes.

Estudios citados por Simmons y Alexander (1978) comprobaron también en Kenia que el tamaño de la escuela secundaria está asociado positivamente con los rendimientos en los cursos superiores, debido a que los establecimientos más grandes disponen de un mejor equipamiento para complementar el proceso de enseñanza, aunque en Malasia y el Congo se obtuvieron resultados contrarios.

La falta de evidencias empíricas concluyentes indicaría entonces que no existe un "tamaño óptimo de clase" sino que ésta varía con la materia, la técnica educativa empleada y las características de los estudiantes (Cohn y Rosmiller, 1987). Tampoco existe coincidencia sobre la dimensión óptima de la

escuela.

### iii) La composición de la clase

En numerosos estudios se ha conferido gran importancia a la composición de los cursos. Los educadores entienden que la composición socioeconómica del grupo afecta el nivel de aprendizaje, pues los docentes deben dedicar un mayor tiempo a tareas disciplinarias en los cursos con una proporción elevada de alumnos con bajo nivel socioeconómico, quienes no tienen una fuerte motivación para estudiar. Los cursos compuestos por alumnos con niveles académicos semejantes, en cambio, no siempre obtienen los mejores resultados.

En un estudio citado por Winkler (1975) se comprobó que en una escuela primaria de alumnos negros entre el 50 y el 80% del tiempo de clase se dedicaba a mantener la disciplina, mientras que en otra compuesta casi exclusivamente por alumnos blancos esa proporción disminuía a poco menos de un tercio. El mismo autor midió además las características del grupo en función de la proporción de alumnos provenientes de familias con bajo nivel socioeconómico (desocupados, jubilados, empleados domésticos y trabajadores no especializados) y encontró relaciones estadísticamente significativas entre la proporción de componentes con bajo nivel socioeconómico y los rendimientos.

Hanushek (1972) comprobó, a su vez, que en los cursos primarios con una elevada proporción de estudiantes negros los rendimientos son afectados negativamente por los "efectos del grupo" (aunque expresó que esos resultados podrían estar sesgados por la falta de variables adecuadas para capturar todos los efectos negativos presentes en la escuelas pobres).

Summers y Wolfe (1977) calcularon, en cambio, la proporción de alumnos del grado que alcanzó distintas calificaciones, comprobando que los que tenían rendimientos próximos al promedio o por debajo se beneficiaron por pertenecer a un curso con una proporción significativa de estudiantes con rendimientos altos,

mientras que los que tenían calificaciones mayores no se vieron afectados.

El estudio de Coleman (1966) señala, finalmente, que la composición social del grupo está mas fuertemente relacionada con los resultados que cualquier otro factor escolar.

### **El caso de las escuelas primarias de Córdoba**

A pesar de que en Argentina se han realizado numerosas evaluaciones importantes destinadas a analizar los resultados del proceso de enseñanza en las escuelas primarias, ninguna de ellas se ha ocupado de medir con detalle la importancia de los recursos empleados.

Este trabajo intenta cubrir esa falencia utilizando los resultados de una amplia prueba objetiva que también proporciona unos pocos datos sobre las condiciones de los alumnos (edad, sexo y domicilio). La parte de esa información correspondiente a escuelas de la Capital se complementó luego con algunos datos referidos a la calidad de los maestros (edad, experiencia docente y calificación obtenida por su desempeño) y ciertas características de la escuela (tamaño y relación alumnos - maestro) proporcionados por la Dirección de Escuelas Primarias de la Provincia. También se logró una cruda aproximación al nivel socioeconómico de los alumnos empleando el valor fiscal de los inmuebles correspondientes a la manzana en que están localizados los establecimientos escolares.

Las notas corresponden a una "Evaluación sobre el rendimiento escolar" de alumnos de séptimo grado realizada en una muestra de escuelas primarias dependientes del Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba en octubre de 1983 y fueron facilitadas por su Dirección de Investigaciones e Innovaciones Educativas. El experimento está compuesto por cuatro pruebas de Matemáticas con 15 preguntas cada una, una de Lenguaje con 70,



dos de Ciencias Sociales con 50 cada una y una de Ciencias Naturales con la misma cantidad que estas últimas. Se trata de pruebas con referencia a criterios, orientadas esencialmente a conocer qué aprendieron los alumnos y en que proporción se alcanzaron los objetivos que el sistema se propuso (Ferreríya et al, 1982). Todas ellas se basan en el sistema de elección de respuestas múltiples.

En la tabla siguiente se presentan las medidas centrales, de dispersión y asimetría correspondientes a los resultados de las pruebas de Matemáticas, Lenguaje y Ciencias Sociales consideradas en este trabajo. Allí se observa que el promedio es relativamente bajo, las calificaciones mínimas son extremas y todas las superiores están por debajo del máximo. El coeficiente de variación es moderado y relativamente estable y las notas en general no parecen tener una distribución normal.

Tabla I  
Características de los resultados de las pruebas

Medida	Matemáticas	Lenguaje	C.Sociales
Puntaje total de la prueba	15	70	50
Máximo obtenido	13	60	44
Mínimo obtenido	2	0	9
Promedio	6,361	36,239	26,282
Desvio	2,156	9,859	6,176
Kurtosis	0,109	-0,461	-0,027
Asimetría	0,500	-0,147	-0,109
Número de pruebas	379	1403	716
Número de escuelas	109	139	122

Los resultados de las evaluaciones se obtuvieron sumando los aciertos, las preguntas sin contestar se consideraron equivocadas y no se restaron puntos por respuestas erróneas. Como puede apreciarse ningún alumno alcanzó el puntaje total, una cuestión que obliga a reflexionar sobre el contenido de la prueba (los valores máximos obtenidos representan el 87% del

total en Matemáticas, el 86 en Lenguaje y el 88 en Ciencias Sociales).

### Evaluación preliminar los resultados globales

El análisis de las calificaciones teniendo en cuenta el sexo del alumno, su asistencia a escuelas oficiales o privadas o a establecimientos urbanos o rurales, proporciona una primera orientación sobre los resultados de la asignación de recursos en el sistema educativo considerado.

Tabla 2  
Análisis de diferencias en las calificaciones

Pruebas	Oficiales-Privadas		Urbanas-Rurales		Varones-Mujeres	
<b>MATEMATICAS</b>						
Promedios	6,1	6,9	6,4	5,8	6,3	6,4
Test t	-3,18*		-1,26		-0,76	
(nivel de significación)	(0,002)		(0,207)		(0,450)	
Kolmogorov - Smirnov	1,430		4,000		2,199	
(nivel de significación)	(0,034)		(0,000)		(0,000)	
<b>LENGUAJE</b>						
Promedios	34,7	40,1	36,5	32,4	36,5	35,9
Test t	-9,63*		3,64*		1,13	
(nivel de significación)	(0,000)		(0,000)		(0,258)	
Kolmogorov - Smirnov	1,258		1,685		0,663	
(nivel de significación)	(0,084)		(0,007)		(0,771)	
<b>CIENCIAS SOCIALES</b>						
Promedios	25,8	27,6	26,3	26,1	26,1	26,4
Test t	-3,50*		0,20		-0,58	
(nivel de significación)	(0,000)		(0,844)		(0,562)	
Kolmogorov - Smirnov	0,823		1,009		0,773	
(nivel de significación)	(0,508)		(0,260)		(0,589)	

\* Significativo al 1%. El valor consignado para el test de Kolmogorov - Smirnov corresponde al estadístico Z. El nivel de significación mide la probabilidad de rechazar incorrectamente la hipótesis nula que postula que no existen diferencias en las calificaciones.

Los promedios para grupos seleccionados que se presentan en

la Tabla 2, muestran que los alumnos de escuelas privadas obtienen calificaciones superiores a los de las oficiales en las tres asignaturas consideradas, que no existen grandes diferencias entre las escuelas urbanas y rurales excepto en Lenguaje y que los resultados obtenidos por los varones son virtualmente idénticos a los de las mujeres.

Pero estas evidencias corresponden a la muestra de alumnos y por lo tanto no representan necesariamente a la población escolar de la que provienen. Para conocer si los rendimientos de los alumnos de las escuelas privadas son realmente superiores a los de las oficiales o si la virtual igualdad detectada entre establecimientos urbanos y rurales o entre varones y mujeres puede extenderse a todos los alumnos de la provincia, se empleó en una primera instancia el test  $t$  que evalúa diferencias entre promedios, obteniéndose los estadísticos que también se exhiben en la Tabla 2.

Los resultados correspondientes a escuelas oficiales y privadas, por ejemplo, inducen a rechazar la hipótesis de que los promedios de la población escolar correspondientes a las pruebas de Matemáticas de los alumnos de escuelas privadas son iguales a los de los que asisten a establecimientos oficiales, pues solo existe una probabilidad del 2 por mil de obtener la diferencia detectada en la muestra. Un análisis similar señala también diferencias estadísticamente significativas en las dos pruebas restantes (los mismos resultados se obtuvieron al comparar las calificaciones correspondientes a escuelas oficiales y privadas de la Capital). Entre las urbanas y rurales, en cambio, sólo se observan discrepancias estadísticamente significativas en las notas de Lenguaje. Finalmente, los resultados obtenidos por los varones, prácticamente iguales a los alcanzados por las mujeres, estarían indicando que no existen diferencias atribuibles a factores genéticos.



Teniendo en cuenta que estos resultados podrían estar influidos por la distribución de las calificaciones, se evaluaron también empleando el test de Kolmogorov - Smirnov que utiliza datos continuamente distribuidos que no requieren normalidad en la distribución ni homogeneidad en la variancia de los grupos considerados. Los resultados, que también se muestran en la Tabla 2, concuerdan con los anteriores excepto en tres casos: No encuentran diferencias estadísticamente significativas en la prueba de Ciencias Sociales entre los resultados de escuelas oficiales y privadas, señalan que sí las hay en las de Matemáticas entre alumnos de escuelas urbanas y rurales y en esa misma evaluación entre los resultados obtenidos por los varones y las mujeres.

Estas conclusiones deben manejarse con reservas, sin embargo, debido a las limitaciones del análisis empleado. Sólo señalan diferencias estadísticamente significativas en las calificaciones obtenidas por distintos grupos de alumnos, sin proporcionar ninguna evidencia sobre sus determinantes. Se trata de una comprobación general en la que los diferentes niveles de logro podrían explicarse por las condiciones de los maestros, las características de las escuelas o simplemente por diferencias en el nivel socioeconómico de los alumnos. Aunque proporcionan una orientación útil sobre el funcionamiento del sistema educativo, contribuyen moderadamente a su evaluación y ponen en evidencia la necesidad de extender el análisis incorporando otros factores importantes en la determinación del rendimiento educativo.

#### Las funciones de producción educativas

Aunque no existe un modelo que proponga una fundamentación teórica de los determinantes del aprendizaje, la observación causal y las evidencias aportadas por los educadores sugieren

que los rendimientos escolares dependen de factores genéticos y socioeconómicos, de la calidad del maestro, de las condiciones de la escuela y de las características del grupo de alumnos. Esta relación suele examinarse empleando la función de producción educativa frecuentemente denominada relación insumo - producto y simbolizada así:  $A = f(S, M, E, G)$  en la que A mide el resultado obtenido por el alumno en la evaluación y S, M, E y G son grupos de variables representativas de factores genéticos y del nivel socioeconómico del alumno, de las condiciones del maestro, de las características de la escuela y de los atributos que configuran el efecto del grupo.

El aprendizaje atribuible a un determinado proceso educativo en realidad implica un cambio en el nivel de conocimientos del alumno que debiera medirse comparando calificaciones obtenidas antes y después de su desarrollo. Sin embargo, la complejidad de su medición ha generalizado el empleo de evaluaciones puntuales.

Con el propósito de analizar la relación entre los rendimientos y sus determinantes se complementaron los resultados de las evaluaciones comentadas en el apartado anterior con información sobre condiciones socioeconómicas de los alumnos, calidad de los maestros y características de las escuelas.

A partir de los datos contenidos en las evaluaciones se identificaron los maestros al frente de los grados durante el año 1983 obteniéndose edad, antigüedad en la docencia y lamentablemente sólo para la mitad de ellos la calificación asignada por las autoridades educativas por su desempeño en el cargo. También se obtuvieron dos características importantes de cada escuela: el número de estudiantes matriculados, como un indicador indirecto de su tamaño y la cantidad de alumnos por curso. Finalmente, las variables de carácter socioeconómico (sexo y edad) se complementaron con una cruda aproximación al

nivel de ingresos de la familia del alumno medida por el valor fiscal de los inmuebles correspondientes a la manzana en la que se encuentra edificada cada escuela.

Esta información se dispuso para las 26 escuelas diurnas de la Capital, que cuentan con 65 divisiones y el número de evaluaciones que se muestra en la Tabla 3. Empleando estos datos se estimó por mínimos cuadrados ordinarios y para las pruebas de Matemáticas, Lenguaje y Ciencias Sociales el siguiente modelo lineal:

$$C = a_1 + \sum_i \alpha_i X_i + \mu_i \quad (1a)$$

cuya notación matricial es esta otra:

$$C = XA + \mu \quad (1b)$$

en la que  $C = (c_1, \dots, c_n)$  es un vector columna de orden  $n \times 1$  que representa las calificaciones obtenidas por los alumnos,  $X = (x_{ij})$  una matriz de orden  $n \times m$  de variables explicativas (entre las que se cuentan la edad del alumno, su nivel de ingresos, la dimensión de la escuela, el tamaño del grado y la experiencia del maestro),  $A = (a_1, \dots, a_m)$  un vector columna de orden  $m \times 1$  de coeficientes a estimar y  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$  otro vector columna de variables aleatorias, del mismo orden que el primero.

#### Eliminación de observaciones discrepantes

Como los resultados de las estimaciones parecen afectados por la presencia de datos que tienen una influencia desproporcionada en los resultados, la información original se ajustó eliminando las observaciones influenciales y extremas.

Una observación extrema es inconsistente con el resto de los datos y es aquella para la que  $E(y_i)$  es muy diferente de  $X_i' b$ , donde  $b$  representa el parámetro poblacional y  $X_i'$  la



$i$ -ésima fila de la matriz  $X$ . Esto significa que el residuo  $e_i = y_i - X_i' \beta$ , similar a la diferencia  $E(y_i - X_i' b)$ , tenderá a ser distinto de cero (si no fuera discrepante  $E(y_i) = X_i' b$ ). Aunque buenos candidatos, no todos los grandes errores señalan la presencia de observaciones extremas, pues los residuos son variables aleatorias que pueden asumir valores altos.

Para detectar observaciones extremas se examinan los residuos de la regresión, pero calculados a partir de estimaciones realizadas excluyendo la observación sospechosa. Como esa observación se elimina antes del cálculo de los parámetros, ahora designados  $\beta(i)$ , el valor estimado ( $\hat{y}_i$ ) y el observado ( $y_i$ ) son independientes, lo mismo que  $y_i$  y  $\sigma(i)$ , el estimador de la desviación standard obtenido en condiciones similares. Si los errores se distribuyen normalmente, la hipótesis  $E(y_i - \hat{y}_i) = 0$  puede contrastarse entonces dividiendo  $(y_i - \hat{y}_i)$  por su variancia, obteniéndose la expresión  $t_i = (y_i - \hat{y}_i) / \sigma(i) (1 + X_i' [X(i)' X(i)]^{-1} X_i)^{1/2}$ , que tiene una distribución  $t$  con  $n-p-1$  grados de libertad y que puede presentarse alternativamente así:

$$t_i = e_i / \sigma(i) (1 - v_{ii})^{1/2} \quad (2)$$

en la que  $v_{ii} = X_i' (X' X)^{-1} X_i$  mide la distancia del punto  $X_i$  al centro de los datos.

Estos residuos, también llamados "studentizados" por este motivo, tienen una interpretación alternativa: Si se agrega a los datos una variable ficticia consistente en una columna de ceros con un 1 en la  $i$ -ésima fila (representando el nuevo modelo),  $t_i$  es el test  $t$  que contrasta la significación estadística de esta nueva variable. Los puntos críticos empleados para detectar observaciones extremas se tomaron de Belsley et al (1980), eliminándose aquellos casos para los que  $t_i$  es superior a 2.

Este tratamiento de los datos permitió eliminar valores incorrectos de  $y$ , vale decir las calificaciones. La detección de observaciones influenciales en el espacio de las variables explicativas se hizo a su vez empleando la función distancia propuesta por Cook y Weisberg (1982):

$$d_i = (\hat{y}(i) - \bar{y})^2 / (\hat{y}(i) - \bar{y})^2 / p \cdot \sigma^2 = (r_i^2 / p) (v_{ii} / (1 - v_{ii})) \quad (3)$$

que señala las observaciones que tienen una influencia apreciable en la determinación de los parámetros de la regresión  $\hat{y}(i)$  y por consiguiente en los valores estimados de la variable dependiente  $\hat{y}(i)$ , provocado por la eliminación de la  $i$ -ésima fila de datos. La última expresión muestra que este coeficiente es el producto del residuo studentizado (pues  $r_i = (t_i(n-p) / (n-p-1) + t_i^2)^{1/2}$ ) por el cociente  $(v_{ii} / (1 - v_{ii}))$ , una función monótona creciente de  $v_{ii}$ . Por consiguiente, un  $d_i$  elevado puede obedecer a un  $t_i$  grande a un  $v_{ii}$  significativo, o a ambas cosas. Siguiendo la sugerencia de Cook y Weisberg (1982) los casos con  $d_i$  mayores que 1 debieran considerarse influenciales y eliminarse del análisis /1/.

En tres anexos (a disposición de quien desee consultarlos) se señalan los casos extremos eliminados por la aplicación de estos criterios de exclusión y se comprueba que no existen datos influenciales posiblemente debido al gran número de observaciones.

#### Análisis de los resultados

La eliminación de los casos discrepantes mejoró las estimaciones de los modelos lineales, obteniéndose los

---

/1/ Este segundo test de discordancia se prefirió al DFFITS propuesto por Belsley et al (1980), debido a que el punto de corte absoluto sugerido para este último ( $2\sqrt{p/n}$ ) es muy restrictivo.

resultados que se presentan en la Tabla 3. Allí se aprecia que los coeficientes de regresión son relativamente bajos, pero esta una característica común a todas las funciones de producción educativas; los estadísticos DW no acusarían problemas de autocorrelación en los errores y los F señalan la presencia de un buen ajuste.

Estos resultados proporcionan una primera orientación sobre la importancia de los componentes del proceso educativo pues miden su influencia en las calificaciones obtenidas por los alumnos en las evaluaciones.

Tabla 3  
Los determinantes del aprendizaje

VARIABLES EMPLEADAS	Matemáticas	Lenguaje	Ciencias Sociales
Constante	12.2796† (4.963)	65.1492† (11.202)	40.1316† (8.185)
Edad del alumno	-0.33333†† (-1.920)	-2.43822† (-6.221)	-1.18302† (-3.446)
Nivel de ingreso	0.00000 (-0.384)	0.00138† (3.516)	0.00072† (2.185)
Tamaño de la escuela	-0.00053 (-0.816)	-0.00186 (-1.176)	0.00046 (0.330)
Alumnos por grado	-0.06135† (-2.054)	0.06908 (0.951)	-0.01993 (-0.322)
Experiencia del maestro	0.03106†† (1.721)	-0.02001 (-0.472)	-0.01494 (-0.404)
Número de observaciones	113	401	206
R <sup>2</sup>	0.113	0.130	0.091
D-W	1.634	1.910	2.230
F	2.735	11.824	4.024

Los valores entre paréntesis son los estadísticos t. † Coeficiente significativo al 5%, †† al 10% y ††† al 1%.

En la primera columna se aprecia que las notas de Matemáticas dependen esencialmente de la edad del alumno, del tamaño del curso y de la experiencia docente. El signo de los coeficientes indicaría, además, que los alumnos de maestros mas



experimentados obtienen mejores resultados, que los cursos mas grandes influyen negativamente en el aprendizaje y que los alumnos de mas edad obtienen notas más bajas. El nivel socioeconómico y la dimensión de la escuela no tendrían, en cambio, una influencia perceptible sobre el aprendizaje, pues sus coeficientes no son significativamente distintos de cero.

Los alumnos de cursos que tienen 40 estudiantes, por ejemplo, obtuvieron en promedio 1,23 puntos menos que los pertenecientes a clases de 20, lo que representa el 8% del total. Además, cada año de antigüedad docente aumenta en 0,03 puntos la calificación, lo que significa que los alumnos de maestros con 30 años de experiencia obtienen un punto más que los educados por uno recién iniciado. Finalmente, cada año de edad adicional implica un punto menos en promedio, equivalente al 7% del total.

Las pruebas de Lenguaje y Ciencias Sociales tienen características comunes: En ambas el nivel de ingreso y la edad del estudiante son significativos en la explicación de los resultados y en ninguna de ellas parece tener importancia el tamaño de la escuela, el número de alumnos por grado y la experiencia docente. Los resultados de la evaluación de Lenguaje indican, sin embargo, que un niño que provenga de una familia de altos ingresos obtendrá sólo 5 puntos más que otro del extremo inferior, lo que apenas representa un 7% del total.

Numerosos educadores coinciden en señalar que el proceso de enseñanza se deteriora en cursos grandes pues no es posible prestar atención individualizada a los alumnos, debe destinarse gran parte del tiempo a tareas administrativas y también resulta más difícil mantener el orden: Los resultados obtenidos empleando estas pruebas de Matemáticas parecen darles la razón.

La relación inversa entre edad y rendimiento escolar se explicaría a su vez porque los alumnos de mas edad, en su mayoría repitentes, acusan una performance menor.

La importancia del nivel de ingreso en las pruebas de Lenguaje y Ciencias sociales, aunque moderada, confirmaría finalmente la impresión de que las familias con mayor nivel socioeconómico proporcionan más apoyo a sus niños en edad escolar, aumentando sus rendimientos.

#### Empleo de un modelo cuadrático

Teniendo en cuenta que el moderado ajuste obtenido podría obedecer a que el modelo anterior impone una relación lineal entre el aprendizaje y sus determinantes, se examinaron también los resultados proporcionados por una función cuadrática que admite diferentes respuestas de las calificaciones al empleo de insumos escolares y se utiliza con frecuencia en el estudio de temas de la educación. Su expresión analítica es la siguiente:

$$C = a_0 + \sum_i a_i X_i + 1/2 \sum_i \sum_j a_{ij} X_{ij} + \mu_i \quad (4a)$$

y su notación matricial esta otra:

$$C = 1/2 * X'AX + \mu \quad (4b)$$

en la que  $X = (x_1, \dots, x_m)$  es un vector columna de orden  $m \times 1$ ,  $A = (a_{ij})$  una matriz simétrica definida negativa de orden  $m \times m$  y  $X'$  el vector fila transpuesto de  $X$ . Los ajustes obtenidos empleando mínimos cuadrados ordinarios que se muestran en la Tabla 4 en general son buenos y los coeficientes de regresión superan a los proporcionados por los modelos lineales.

Los resultados correspondientes a la prueba de Matemáticas difieren bastante de los anteriores, pues sólo la edad del alumno conserva la misma influencia en las calificaciones. La dimensión de la clase ha perdido importancia y la experiencia del maestro tiene una influencia negativa sobre los resultados.

Tabla 4  
Los determinantes del aprendizaje

VARIABLES EMPLEADAS	Matemáticas	Lenguaje	Ciencias Sociales
Constante	10.9251** (1.764)	59.3835* (4.364)	63.3784* (4.971)
Edad del alumno	-0.34148** (-1.830)	-2.31934* (-5.921)	-1.30294* (-3.808)
Nivel de ingreso	0.00076 (0.505)	0.00759* (2.091)	-0.00283 (-0.855)
Tamaño de la escuela	0.00881** (1.813)	-0.00123 (-0.096)	0.01804*** (1.563)
Alumnos por grado	-0.17574 (-0.555)	0.39236 (0.529)	-1.94590* (-2.788)
Experiencia del maestro	-0.22825*** (-1.584)	-0.63560* (-1.963)	-0.31699 (-1.094)
Ingreso al cuadrado	0.00000 (0.220)	-0.00000* (-4.012)	0.00000 (0.640)
Tamaño al cuadrado	-0.00000 (-0.513)	0.00000 (0.487)	0.00000 (0.492)
Alumnos al cuadrado	0.00166 (0.322)	-0.00296 (-0.243)	0.03383* (3.055)
Experiencia cuadrado	0.00178 (0.718)	0.00754 (1.266)	-0.00022 (-0.044)
Ingreso - Tamaño	-0.00000*** (-1.546)	0.00000** (1.875)	0.00000 (0.292)
Ingreso - Curso	0.00001 (0.191)	-0.00014 (-1.251)	0.00011 (1.138)
Ingreso - Experiencia	0.00001 (0.669)	0.00001** (1.626)	-0.00003 (-0.625)
Tamaño - Curso	-0.00013 (-0.944)	-0.00027 (-0.848)	-0.00058* (-2.020)
Tamaño - Experiencia	-0.00016* (-2.185)	-0.00029*** (-1.596)	-0.00043* (-2.465)
Curso - Experiencia	0.01100* (2.910)	0.01794* (2.037)	0.02730* (3.438)
Número de observaciones	116	401	207
R <sup>2</sup>	0.194	0.205	0.179
D-W	1.631	1.980	2.271
F	1.609	6.630	2.781

Los valores entre paréntesis son los estadísticos t. \* Coeficiente significativo al 5%, \*\* al 10% y \*\*\* al 1%.



Además, se incorpora como variable explicativa relevante la dimensión de la escuela y su interacción con el ingreso y la antigüedad docente, y el de ésta con el tamaño del curso.

Estas evidencias confirmarían la presencia de una relación lineal positiva entre nivel de aprendizaje y la dimensión de la escuela y negativa con la experiencia docente (pues los términos cuadráticos no son significativos) e insinuarían que un mayor tamaño asociado a maestros con más experiencia reduce los rendimientos escolares, mientras que los cursos más grandes a cargo de maestros más antiguos los mejoran.

La aplicación del modelo a las pruebas de Lenguaje confirma el impacto relevante del ingreso y la edad del alumno sobre los rendimientos, agregándose el efecto negativo de la antigüedad docente y la interacción del ingreso con el número de alumnos por curso y la experiencia docente, y de ésta con la dimensión de la escuela y el tamaño de la clase.

Los resultados correspondientes a las evaluaciones de Ciencias Sociales muestran, finalmente, que el tamaño de la escuela y el número de alumnos por curso están positiva y negativamente relacionados con las calificaciones (lo mismo que en Matemáticas), que la interacción entre tamaño de la escuela y del grado influye negativamente en la performance de los alumnos y que el efecto combinado de ambas con la experiencia docente tiene el mismo efecto.

No resulta fácil explicar porque los alumnos provenientes de escuelas mayores obtuvieron mejores rendimientos, un resultado común en las pruebas de Matemáticas y Lenguaje. Quizás la despersonalización de la relación maestro - alumno - entorno favorezca el proceso de enseñanza; tal vez las escuelas mayores cuenten con elementos de apoyo (gabinetes pedagógicos, por ejemplo), favorezcan el intercambio de experiencia docente o simplemente atraigan a docentes más calificados.

## Un modelo flexible de variables dicotómicas

Con el propósito de confirmar algunos resultados discrepantes, lograr una mayor flexibilidad y poder analizar la respuesta de los rendimientos a diferentes niveles de uso de los recursos escolares, se empleó finalmente un modelo que introduce variables ficticias representativas de las categorías en que se agrupan las anteriores. Estas variables se denominan también dicotómicas, pues asumen el valor 1 si la característica está presente o 0 en caso contrario.

De este modo es posible tener en cuenta relaciones entre los rendimientos y sus determinantes menos restrictivas que las que suponen los modelos lineal y cuadrático.

En éste se emplean las mismas variables, pero los niveles de ingreso, tamaños de escuela, alumnos por curso y antigüedades docentes se agrupan en las categorías que se detallan a continuación.

### A) Variables genéticas y socioeconómicas

#### Edad

X1 = Años cumplidos

#### Sexo

X2 = 1 Hombre, 0 mujer

X3 = 1 Mujer, 0 hombre

#### Nivel de ingresos

X4 = 1 primer quintil, 0 en otro caso

X5 = 1 segundo quintil, 0 en otro caso

X6 = 1 tercer quintil, 0 en otro caso

X7 = 1 cuarto quintil, 0 en otro caso

X8 = 1 quinto quintil, 0 en otro caso

### B) Variables de la escuela

#### Tamaño de la escuela

X9 = 1 con hasta 500 alumnos, 0 en otro caso

X10 = 1 con mas de 500 y menos de 1000 alumnos, 0 en otro caso

X11 = 1 con mas de 1000 alumnos, 0 en otro caso

#### Alumnos por grado

X12 = 1 Con hasta 20 alumnos, 0 en otro caso

X13 = 1 Con mas de 20 y hasta 35 alumnos, 0 en otro caso

X14 = 1 Con mas de 35 alumnos, 0 en otro caso

### C) Variables del maestro

#### Experiencia

X15 = 1 si tiene hasta 5 años de antigüedad, 0 en otro caso



$X_{16} = 1$  si tiene mas de 5 y hasta 10 años de antigüedad  
 $X_{17} = 1$  si tiene mas de 10 y hasta 15 años de antigüedad  
 $X_{18} = 1$  si tiene mas de 15 y hasta 20 años de antigüedad  
 $X_{19} = 1$  si tiene mas de 20 años de antigüedad, 0 en otro caso.

Existen, por ejemplo, tres tamaños de grado: pequeños (los que tienen hasta 20 alumnos), medianos (con más de 20 y hasta 35) y grandes (mayores de 35). Por consiguiente, un alumno perteneciente al curso más chico tendrá un valor 1 en la variable  $X_{12}$  y 0 en las  $X_{13}$  y  $X_{14}$  que representan al mediano y al grande respectivamente. Además, la clase menor se emplea como referencia y se excluye del análisis, a fin de evitar la singularidad de la matriz de datos. El mismo procedimiento se ha seguido con los demás determinantes, empleándose como variables de referencia las mujeres ( $X_3$ ), los ingresos correspondientes al primer quintil ( $X_4$ ), las escuelas chicas ( $X_9$ ) y la antigüedad docente comprendida entre 1 y 5 años ( $X_{15}$ ).

Luego de eliminar las observaciones discrepantes, las estimaciones se realizaron por mínimos cuadrados ordinarios empleando el método stepwise, que ingresa las variables por etapas. Este método calcula los coeficientes de correlación simple entre todas las variables, selecciona la que tenga la mayor correlación con la explicada y estima la ecuación; en la etapa siguiente incorpora la variable que sigue en orden de importancia y así sucesivamente. Los criterios de incorporación o exclusión de variables se asientan en el test F, que mide la mejora en el ajuste que provoca su ingreso o salida.

Los resultados que se presentan en la tabla siguiente se obtuvieron reemplazando las calificaciones por sus logaritmos. Esta sustitución no provoca cambios en la significación estadística de los parámetros pero facilita la lectura de los resultados, pues multiplicando cualquier coeficiente por 100 se obtiene el porcentaje en que se modifican las calificaciones por cada cambio unitario en la variable correspondiente /2/.

/2/ Esto se comprueba fácilmente, pues  $\delta \ln C / \delta X_i = ((\delta C / \delta X_i) * (1/C)) / \delta A = \delta C / C$ .



Tabla 5  
Los determinantes del aprendizaje

VARIABLES EMPLEADAS	MATEMÁTICAS	LENQUAJE	CIENCIAS SOCIALES
Constante	2.528* (6.180)	4.492* (28.25)	3.814* (21.89)
Sexo	-0.053** (-1.748)	-0.076* (-6.393)	-0.047* (-3.549)
Edad			
Nivel de ingreso 2		0.111* (3.404)	
Nivel de ingreso 3		0.159* (3.756)	
Nivel de ingreso 4		0.140* (3.892)	0.055*** (1.565)
Nivel de ingreso 5		0.094*** (1.691)	0.098*** (1.802)
Tamaño de la escuela 2	0.110*** (1.657)		
Tamaño de la escuela 3			
Alumnos por grado 2	-0.155*** (-1.744)		
Alumnos por grado 3	-0.378* (-2.960)		
Experiencia del maestro 2		-0.067* (-1.955)	
Experiencia del maestro 3			
Experiencia del maestro 4		-0.096* (-2.118)	
Experiencia del maestro 5		-0.049*** (-1.530)	
Número de observaciones	116	401	207
R <sup>2</sup>	0.121	0.183	0.090
D-W	1.674	1.984	2.256
F	3.812	10.994	6.699

Los valores entre paréntesis son los estadísticos t. \* Coeficiente significativo al 5%, \*\* al 10% y \*\*\* al 1%.

El coeficiente de la variable que representa cursos medianos ( $X_7$ ) por ejemplo, mide la diferencia entre el promedio de calificaciones de estos grados y el correspondiente a la categoría empleada como referencia (en este caso, las clases chicas).

Los resultados obtenidos en Matemáticas confirman la importancia de la dimensión de la escuela, el tamaño del grado y la edad del alumno, aunque no encuentran estadísticamente significativa la experiencia docente. El coeficiente correspondiente al tamaño de la clase (-0.155) estaría indicando que los estudiantes pertenecientes a cursos que tienen entre 20 y 35 alumnos obtienen en promedio calificaciones el 15% menores que las de los que asisten a clases con no más de 20; esta diferencia se acentuaría para cursos mayores (cuando superan los 35 alumnos, las notas son el 38% más bajas). El tamaño de la escuela, en cambio, está asociado con un rendimiento superior, pues los alumnos pertenecientes a establecimientos que tienen entre 500 y 1000 alumnos obtienen calificaciones el 11% mayores que las correspondientes a los de escuelas menores (sin embargo, una dimensión mayor no influye sobre los rendimientos). La edad mantiene un coeficiente negativo y en promedio los varones obtuvieron un puntaje el 5% menor que las mujeres.

El nivel de ingreso es un determinante importante de los resultados correspondientes a la prueba de Lenguaje, ya que los estudiantes comprendidos en el segundo quintil lograron calificaciones el 11% superiores a las que alcanzaron los del grupo de referencia y las de las otras dos categorías fueron alrededor de una sexta parte mayores. También se aprecia que la experiencia docente tiene un impacto negativo, pues los alumnos de maestros con entre 5 y 10 años de antigüedad, por ejemplo, obtuvieron calificaciones el 6,7% inferiores a las de los educados por docentes con menos experiencia (esa proporción se

eleva al 9,6% en el caso de quienes tuvieron maestros con 15 a 20 años de antigüedad). Aunque en este caso la edad no influye en los resultados, las calificaciones de los varones son el 7,6% más bajas que las de las mujeres.

También en el caso de las pruebas de Ciencias Sociales se obtienen resultados coincidentes, pues edad e ingreso son los únicos determinantes significativos. Sin embargo, en este caso sólo tendrían rendimientos superiores los alumnos pertenecientes a los dos últimos quintiles, con notas el 5,5 y 9,8% superiores a las del grupo de referencia. Estos resultados contrastan con los proporcionados por el modelo cuadrático, en el que resultan significativos el tamaño de la escuela y el número de alumnos por grado, mientras que el nivel de ingreso no sería un determinante esencial.

#### Los resultados y las decisiones de política educativa

1. Si se admite que las funciones cuadráticas estimadas proporcionan una buena aproximación al comportamiento del sistema educativo examinado, a partir de sus resultados pueden obtenerse los niveles óptimos de los recursos escolares empleados. Esto se logra maximizando la expresión (4), para lo cual es preciso derivarla e igualar ese resultado a cero, vale decir:

$$\delta C / \delta X = \delta ( 1/2 * X'AX ) = AX = 0 \quad (5)$$

La solución de este sistema de ecuaciones de punto máximo proporciona los niveles de insumos escolares que maximizan las calificaciones. Empleando las funciones cuadráticas y los coeficientes de la Tabla 4 correspondientes a las pruebas de Matemáticas se comprueba que los ingresos de \$ 520, las escuelas de 805 estudiantes, las clases con 26 alumnos y los maestros con 17 años de antigüedad optimizan los rendimientos. Estas



dimensiones podrían ayudar en la organización del sistema escolar analizado.

2. La elasticidad de los rendimientos es también una medida de gran interés en el análisis del proceso educativo pues señala la proporción en que aumentan las calificaciones por cada aumento del uno por ciento en el empleo de cualquier insumo escolar. Para las funciones de producción educativas cuadráticas se calcula así:

$$e_i = \{8C/8X_i\} * \{X_i/C\} = AX_i / 1/2 * X'AX \quad (6)$$

Los resultados promedio correspondientes a la prueba de Matemáticas muestran, por ejemplo, que un ingreso una quinta parte mayor eleva sólo el 0,7% los rendimientos, aumentos del 10% en la dimensión de la escuela o el tamaño del grado reducen el 1,7% y el 0,8% las calificaciones y una duplicación en la experiencia docente las aumenta el 8,7%.

3. También es posible calcular los precios sombra imputables a la "experiencia docente", con lo cual podría evaluarse la correspondencia que existe entre las remuneraciones de los maestros y su contribución al proceso de aprendizaje. Aplicando el lema de Wold a la función cuadrática se obtienen las siguientes funciones indirectas de demanda o precios sombra de los recursos escolares (Blackorby et al, 1978):

$$s_i(C, X) = AX_i * (2 * CX'AX)^{1/2} \quad (7)$$

en las que los  $s_i(C, X)$  representan los precios imputados a los recursos contemplados en la función de producción educativa. Para la antigüedad docente se obtiene una función indirecta de demanda que asigna un precio sombra de 100 a los maestros con hasta 5 años de antigüedad, por ejemplo y 120 a los que tienen 20 años de experiencia docente, una evidente discrepancia con el

régimen de bonificaciones por antigüedad, que virtualmente duplica la remuneración cuando se alcanzan esos años de servicio.

### Las cuestiones pendientes

Entre los numerosos determinantes excluidos del análisis merecen destacarse por su creciente importancia los libros de texto, el manejo de la clase, la duración del periodo de aprendizaje y la administración de la escuela.

Aunque la influencia de los libros de texto en los rendimientos académicos fue subestimada por algún tiempo, estudios relativamente recientes que consideran la memoria como un elemento aceptable en el aprendizaje los reivindican precisamente porque presentan la información de una manera ordenada y estructurada. Los libros de texto también son importantes en el proceso de enseñanza pues inducen a los docentes a emplear metodologías más eficientes. Además, numerosas evidencias empíricas confirman la presencia de una asociación positiva entre su disponibilidad y el nivel de aprendizaje /3/.

El manejo de la clase y especialmente la utilización del tiempo tienen una importancia central. Los buenos maestros atraen la atención de los alumnos, emplean técnicas de enseñanza adecuadas a sus características y mantienen el orden en su desarrollo. La proporción del tiempo que se asigna a enseñanza, control de tareas y mantenimiento de la disciplina es de gran importancia. En los países industrializados se ha comprobado que el empleo más eficiente del tiempo de clase está positivamente relacionado con el aprendizaje.

Las evidencias empíricas demuestran que la duración del periodo de enseñanza tiene también un impacto positivo sobre el

---

/3/ Una revisión realizada por Fuller (1986) comprobó un impacto positivo en 14 de 22 estudios analizados.

aprendizaje, pues en 11 de 13 estudios analizados que se ocupan del tema se encontró una asociación estadísticamente significativa entre ambos, aunque las mediciones varían desde el número de clases por año a las horas de ciencia que se cursan por semana (Fuller, 1986).

A pesar de que numerosos investigadores señalan que el liderazgo es necesario para iniciar y mantener el proceso de innovaciones escolares, en ningún estudio de funciones de producción educativas se han empleado como variables explicativas los atributos de los administradores (Cohn y Rossmiller, 1987). La administración de la escuela es un indicador importante de su calidad, pues de ella depende la eficiencia con que se manejan los insumos escolares. Los directores influyen en la organización escolar promoviendo una estructura de poder jerárquica o participativa, evaluando con distinto énfasis la actividad docente de los maestros, imponiendo programas de estudio o estimulando el aporte de diferentes enfoques y administrando los recursos materiales con distintos criterios.

### Conclusiones

Los resultados obtenidos en este trabajo constituyen solo una aproximación al estudio de los determinantes del nivel de aprendizaje y deben manejarse con reservas por las características de las evaluaciones empleadas, la precariedad de los datos sobre los insumos escolares y las limitaciones teóricas que imponen los modelos seleccionados.

Aunque las evaluaciones son atractivas por la diversidad de temas que contienen, el número de alumnos comprendidos y el buen diseño de la muestra seleccionada, debe tenerse en cuenta que se trata de pruebas con referencia a criterios que podrían no ser las más adecuadas para evaluar la importancia de los



determinantes del nivel de aprendizaje en la forma aquí propuesta. También es cuestionable el criterio de calificación que simplemente suma respuestas correctas con distinta importancia y quizás castiga excesivamente a los alumnos que con actitud responsable no contestaron las que no sabían.

El empleo del valor fiscal de la zona en que están localizadas las escuelas como un componente central del nivel socioeconómico del estudiante es una cruda aproximación que simplemente refleja la importancia de este determinante y la carencia de datos más precisos. También el número de alumnos es un indicador imperfecto del tamaño de la escuela (una mejor alternativa habría sido la superficie de aulas, bibliotecas o laboratorios por estudiante, por ejemplo) y la calidad del maestro aproximada por su antigüedad es a todas luces insuficiente, pues asigna al docente del último grado una responsabilidad quizás excesiva en los resultados obtenidos por alumnos que a lo largo de todo el ciclo primario fueron educados por varios maestros.

Las limitaciones aumentan debido al empleo de funciones de producción educativas que solo constituyen una alternativa empírica destinada a evaluar los resultados del proceso de aprendizaje, explicado por la falta de una "teoría del rendimiento escolar" que señale sus determinantes centrales. A pesar de todo, se comprobaron ciertas regularidades en el comportamiento de las variables consideradas en el estudio que merecen destacarse.

El análisis preliminar de los resultados globales muestra que los alumnos de escuelas privadas obtuvieron en promedio mejores calificaciones que los de las oficiales (por lo menos en las pruebas de Matemáticas y Lenguaje), que también existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados correspondientes a estudiantes de escuelas urbanas y rurales en esas mismas asignaturas y que las notas obtenidas por los

varones son virtualmente idénticas a las de las mujeres, excepto en Matemáticas donde posiblemente las superen levemente.

En la mayoría de las funciones de producción educativas estimadas la edad está negativamente correlacionada con las calificaciones, mientras que en las pruebas de Lenguaje y Ciencias Sociales el nivel de ingreso muestra una asociación positiva con los rendimientos.

En Matemáticas y en Ciencias Sociales también se aprecia que la dimensión de la escuela parece influir positivamente en los resultados (aunque no es importante en el modelo lineal ni en el que emplea variables dicotómicas en el segundo caso), habiéndose comprobado que los alumnos de escuelas grandes obtienen mejores calificaciones. Estas evidencias insinuarían que la disposición de elementos de apoyo escolar que las caracteriza, el intercambio de experiencia docente o simplemente las ventajas de una organización superior, tienen un efecto positivo sobre el aprendizaje.

El tamaño de la clase está negativamente asociado con los rendimientos escolares en Matemáticas (excepto en el modelo cuadrático) aunque no es estadísticamente significativo en las pruebas de Lenguaje y Ciencias Sociales. En estas asignaturas predomina también una relación inversa entre experiencia docente y nivel de aprendizaje (excepto en el modelo cuadrático en el primer caso y en el lineal y de variables dicotómicas en el segundo). Los resultados correspondientes a las pruebas de Matemáticas no son concluyentes, en cambio, pues la antigüedad del maestro está positivamente asociada con los rendimientos en el modelo lineal y muestra una relación negativa en el cuadrático. Las evidencias empíricas predominantes insinuarían, entonces, que los mayores rendimientos serían el resultado del entusiasmo inicial de los nuevos maestros.

Se propusieron también algunos criterios destinados a orientar la toma de decisiones eficientes en temas de política

escolar. Empleando los parámetros estimados por las funciones cuadráticas se obtuvieron niveles óptimos de insumos escolares (ingreso, dimensión de la escuela, tamaño del grado y experiencia docente que maximizan las calificaciones); también se midió la respuesta de los rendimientos a cambios en los recursos empleados calculándose las elasticidades - producto (que en general proporcionaron valores moderados) y finalmente se estimaron los precios sombra de los determinantes considerados en las funciones de producción (encontrándose una apreciable discrepancia entre los correspondientes a la experiencia docente y las remuneraciones derivadas del régimen de bonificaciones por antigüedad, por ejemplo).

Es evidente que una mejora en la calidad de la información y la incorporación de indicadores adicionales que midan el empleo de textos, el periodo de enseñanza y algunas características de la conducción de la escuela entre otros, proporcionaría resultados más precisos que podrían orientar futuras decisiones eficientes en materia de política escolar.



#### BIBLIOGRAFIA

- BELSLEY, D.A., KUH, E. y WELSCH, R.E.(1980): "Regression diagnostics", Wiley, New York.
- BLACKORBY, Charles, PRIMONT, Daniel y RUSSELL, Robert R.(1978): "Duality, separability and functional structure: Theory and economic applications", North Holland, Amsterdam.
- BLAUG, Mark (1974): "An economic analysis of earnings in Thailand", Economic Development and Cultural Change, vol.23, n.1, págs. 1 - 31.
- COHN, Elchanan y ROSSMILLER, Richard A.(1987): "Research on effective schools: Implications for less developed countries", Comparative Education Review, vol.31, págs. 377 - 399.
- COLEMAN, J.S. y otros (1966): "Equality of educational opportunity", Government Printing Office, Washington.
- COOK, R.Dennis y WEISBERG, Sanford (1982): "Residuals and influence in regression", Chapman and Hall, New York.
- DOLAN, Robert C. y SCHMIDT, Robert M.(1987): "Assessing the impact of expenditure on achievement: Some methodological and policy considerations", Economics of Education Review, vol.6, págs. 285 - 299.
- FERREYRA, R.E., ROBY, C., TORNIMBENI, S. y ALDERETE, A.M.(1982): "Síntesis sobre el proceso de construcción de la prueba de Lenguaje y forma de presentación e interpretación de los resultados", Dirección de Perfeccionamiento Educativo, Ministerio de Cultura y Educación, Córdoba (mimeo).
- FULLER, Bruce (1986): "Raising school quality in developing countries. What investments boost learning?", World Bank Discussion Papers, Washington.
- HANUSHEK, Eric A.(1972): "Education and race", Lexington, New York.
- HANUSHEK, Eric A.(1979): "Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions", The Journal of Human Resources, vol.XIV, págs. 351 - 388.

- HENDERSON, Vernon, MIESZKOWSKI, Peter y SAUVAGEAU, Yvon (1978): "Peer group effects and educational production functions", *Journal of Public Economics*, vol. 10, págs. 97 - 106.
- HEYNEMAN, Stephen P.(1983): "Improving the quality of education in the developing countries", *Finance and Development*, 20, págs. 18 - 21.
- HEYNEMAN, Stephen, FARREL, Joseph y SEPULVEDA STUARDO, Manuel A.(1978): "Textbooks and achievement: What we know", World Bank Staff Working Paper nro. 298, Washington.
- HEYNEMAN, Stephen P. y LOXLEY, William (1983): "The effect of primary - school quality on academic achievement across twenty nine high and low income countries", *American Journal of Sociology*, págs. 1162 - 1194.
- HEYNEMAN, Stephen P., JAMISON, Dean T y MONTENEGRO, Xenia (1984): "Textbooks in the Philippines: Evaluation of the pedagogical impact of a nationwide investment", *Educational Evaluation and Policy Analysis*, vol.6 págs. 139 - 150.
- MOOCK, Peter R. y LESLIE, Joan (1986): "Childhood malnutrition and schooling in the Terai region of Nepal", *Journal of Development Economics*, 20, págs. 33 - 52.
- MURNANE, Richard J.: "The impact of school resources on the learning of inner city children", Cambridge.
- MURNANE, Richard J., MAYNARD, Rebecca A. y OLHS, James C.(1981): "Home resources and childrens achievement", *The Review of Economics and Statistics*, vol.LXIII, págs. 369 - 377.
- PSACHAROPOULOS, George y WILLIAMS, Gareth (1973): "Ganancias en el sector público y planificación de la enseñanza", *Revista Internacional del Trabajo*, vol.88 n.1, págs.45 - 61.
- PSACHAROPOULOS, George (1987): "Public versus private schools in developing countries: Evidence form Colombia and Tanzania", *International Journal of Educational Development*, vol.7, págs. 59 - 67.

- SCHIEFELBEIN, Ernesto, FARRELL, Joseph y SEPULVEDA STUARDO, Manuel (1983): "The influence of school resources in Chile: Their effect on educational achievement and occupational attainment", World Bank Staff Working Paper nro 530, Washington.
- SIMMONS, J. y ALEXANDER, Leigh (1978): "The determinants of school achievement in developing countries: A review of the research", Economic Development and Cultural Change, págs.341 - 357.
- SUMMERS, Anita A. y WOLFF, Barbara L.(1977): "Do schools make a difference?", The American Economic Review, vol. 67, págs. 639 - 652.
- THIAS, Hans H. y CARNOY, Martin (1972): "Cost - benefit analysis of education in Kenia", The John Hopkins Press, Baltimore.
- WINKLER, Donald R.(1975): "Educational achievement and school peer group composition", The Journal of Human Resources, vol X, págs. 189 - 204.