

## UNA NOTA SOBRE MODELOS DE HIPERINFLACION

por

Jorge Baldrich

Universidad Nacional de Cuyo

### RESUMEN

Los modelos económicos de hiperinflación han sido de gran utilidad y empleo en la modelización teórica y en la estimación empírica. Pese a ello subsiste cierto atraso relativo en la comprensión de las características estructurales de los mismos. En esta nota se considera de un modelo de equilibrio con dos activos. Sobre la base del modelo, ampliado con la especificación de un déficit fiscal financiado con emisión, se puede analizar el proceso de ajuste de ambos mercados. El análisis destaca el comportamiento de la riqueza como variable de ajuste hacia el equilibrio. Además, se manifiesta la necesidad de imponer restricciones adicionales a las variables endógenas del modelo.

## 1. Introducción

El modelo económico de análisis de la hiperinflación ha resultado, desde el estudio pionero de Phillip Cagan, de gran utilidad para el análisis de la dinámica económica (1). La vasta aplicabilidad de estos modelos tanto desde el punto de vista de la modelización teórica como desde la estimación empírica se diferencia, sin embargo, de la relativa escasa profundización en el estudio y comprensión de las características estructurales de los mismos. Tal esclarecimiento puede resultar de importancia dado que es probable que consideraciones teóricas impongan restricciones adicionales sobre, por ejemplo, el rango de variación de las variables endógenas de interés.

La presente nota pretende ejemplificar estas consideraciones. Para ello se amplía el modelo de hiperinflaciones en un esquema de equilibrio general de dos activos. Sobre la base de el modelo, ampliado con la especificación de un déficit fiscal financiado con emisión monetaria, nuestra conclusión demuestra, en caso de ser correcta, que efectivamente existen restricciones adicionales que alteran las conocidas condiciones de estabilidad del modelo. Por otra parte, el análisis demuestra que el comportamiento dinámico de la riqueza real es un elemento fundamental del proceso de ajuste hacia el equilibrio.

## 2. El modelo ampliado con el déficit fiscal

El modelo de hiperinflación es especificado de la siguiente manera. Existe una función de demanda de saldos reales que depende inversamente de la tasa esperada de inflación



$$\ln (M/P)^d = L - a p^e \quad (1)$$

donde  $\ln (M/P)^d$  es la demanda de saldos reales,  $p^e$  es la tasa esperada de inflación y  $a$  es la semielasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de inflación esperada. La segunda ecuación es la oferta monetaria:

$$\ln (M/P)^s = \ln (M/P) \quad (2)$$

Finalmente, la condición de equilibrio del mercado monetario implica:

$$\ln (M/P)^d = \ln (M/P)^s \quad (3)$$

Reemplazando (1) y (2) en (3) obtenemos:

$$\ln (M/P) = L - a p^e \quad (4)$$

donde (4) es una ecuación con dos incógnitas: el nivel de precios  $P$  y la tasa de inflación esperada  $p^e$ . Una forma alternativa de expresar (4) es derivandola con respecto al tiempo:

$$m - p = - a \dot{p}^e \quad (4 a)$$

donde  $m$  es la tasa de crecimiento de la oferta monetaria,  $p$  es la tasa de inflación y  $\dot{p}^e$  es la derivada de la tasa de inflación esperada con respecto al tiempo. (4 a) es una ecuación con dos incógnitas, en este caso  $p$  y  $\dot{p}^e$ .

Si elegimos la alternativa (4 a) el modelo requiere la especificación adicional de la tasa de crecimiento nominal de dinero y de el cambio en la tasa esperada de inflación. Si suponemos que la regla monetaria consiste en financiar un deficit fiscal constante en términos reales:

$$\dot{M}/P = G$$

donde  $\dot{M}$  es la derivada de la cantidad de dinero con respecto al tiempo y  $G$  es el déficit fiscal real (que se supone constante). De esta definición del déficit surge que la tasa de crecimiento monetario será:

$$m = G/(M/P)$$

Es decir:

$$m = G/(e^{L - a p^e}), \quad (5)$$

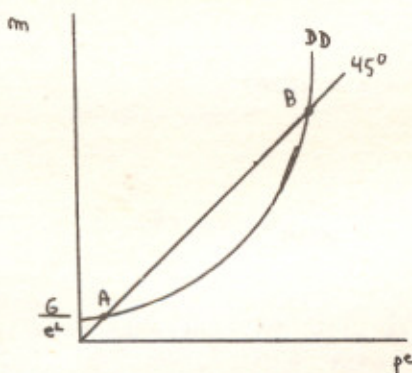
Las ecuaciones (4 a) y (5) contienen tres incógnitas:  $p$ ,  $p^e$  y  $\dot{p}^e$ . Por lo tanto es necesaria otra ecuación que describa el mecanismo generador de expectativas. Antes de ello, resulta de utilidad analizar las condiciones de equilibrio del modelo hasta ahora detallado. Si consideramos, en primer término, la ecuación (5), ella muestra la tasa de crecimiento monetaria. Esta tasa será mayor mientras mayor sea el déficit real y mientras menor sea la demanda real de dinero. El gráfico 1 muestra esta relación mediante la curva DD cuya pendiente positiva indica que cuanto mayor sea  $p^e$



menor será el poder de compra de cada unidad monetaria y, por lo tanto, mayor deberá ser la tasa de crecimiento del dinero para financiar un déficit constante. Como señalan Bruno y Fisher, la economía se encuentra siempre en algún punto de esta curva.

Por otra parte se puede analizar, en (4 a), que en el estado estacionario (donde  $p = p^e$  y, además,  $\dot{p}^e = 0$ ) la tasa de crecimiento monetario  $m$  debe ser igual a  $p^e$ . Esta condición se muestra en la línea de 45 grados del gráfico 1. Existen, entonces, dos estados estacionarios representados, respectivamente, por los puntos A y B.

Gráfico 1



Como se consideró anteriormente es necesario añadir al modelo la especificación del mecanismo generador de expectativas. Para ello la literatura suele emplear dos hipótesis alternativas: las expectativas adaptables y la predicción perfecta.

La hipótesis de las Expectativas Adaptables supone un proceso de aprendizaje mediante los errores de pronóstico pasados de la siguiente manera:

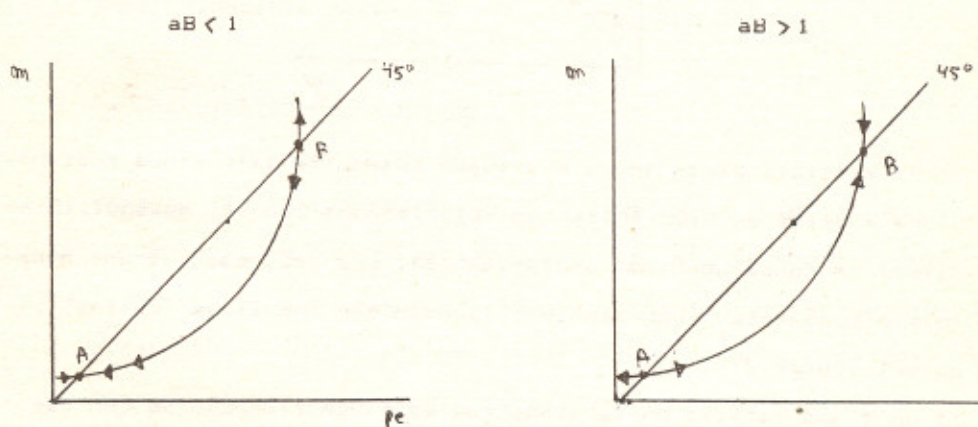
$$\dot{p}^e = B(p - p^e) \quad (6)$$

donde el coeficiente B mide la magnitud del ajuste en las expectativas por unidad de tiempo. De (4) y (6) surge la siguiente ecuación diferencial para  $p^e$ :

$$\dot{p}^e = B/(1 - aB) (m - p^e) \quad (7)$$

De (7) surge claramente que la estabilidad de los dos estados estacionarios depende del coeficiente  $aB$ . Si este es menor que la unidad el punto A será estable y el punto B inestable. Si es mayor que uno, ocurrirá lo inverso.

Gráfico 2



La hipótesis de Predicción Perfecta se define como:

$$p^e = p \quad (8)$$



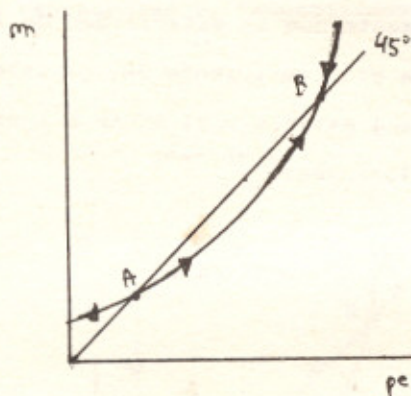
Reemplazando (8) en (4 a) obtenemos:

$$p = 1/a (p - m) \quad (9)$$

De donde surge que, en este caso, el punto A es de equilibrio inestable y el punto B de equilibrio estable.

Gráfico 3

Predicción Perfecta



El análisis hasta ahora efectuado reseña la literatura reciente sobre modelos de hiperinflación relacionados con un desequilibrio fiscal de consecuencias monetarias (2). Las implicancias del modelo son sumamente importantes y pueden ser resumidas en las siguientes premisas:

- 1) Un mismo déficit en términos reales puede financiarse con dos tasas de inflación de equilibrio diferentes.
- 2) Un incremento en el déficit fiscal real  $G$  irá asociado a un incremento en la tasa de inflación de equilibrio en el punto A y a una disminución de la misma en el punto B. Si sólo nos limitamos a los puntos de equilibrio estacionario estables, un

incremento en el déficit fiscal (o una disminución exógena en la demanda de dinero) tendrá los siguientes efectos: con Expectativas Adaptables aumentará la tasa de inflación de equilibrio si  $aB < 1$  y la disminuirá si  $aB > 1$ , con Predicción Perfecta reducirá la tasa de inflación de equilibrio.

- 3) En el caso de Expectativas Adaptables con  $aB = 1$  si la economía se situara a la derecha del punto B el gobierno imprimiría dinero a una tasa cada vez mayor (3).
- 4) Existe un nivel máximo del déficit susceptible de financiarse con emisión de dinero y que, simultáneamente, estabilice a la economía en una tasa de inflación de largo plazo. Este nivel del déficit está dado por el punto de tangencia entre la curva DD y la recta de 45 grados de los gráficos precedentes. Si el déficit superara ese valor la inflación se incrementará indefinidamente (4).

## 2. La Restricción de la Riqueza

Pese al importante empleo de los modelos de hiperinflación en la metodología de investigación reciente, existe cierta insatisfacción con los resultados de estática comparativa de equilibrio y de dinámica implícitos en los mismos. Especialmente para los casos de Predicción Perfecta y de Expectativas Adaptables con altos coeficientes de ajustes de expectativas y de saldos monetarios (es decir cuando  $aB > 1$ ) se tiende a visualizar las predicciones de estos modelos como inusuales. Estableciendo el argumento en los términos de M. Bruno y S. Fisher:

..." los resultados dinámicos tienen sentido cuando el ajuste



- tanto de las expectativas, como de los saldos reales o de otras variables nominales -- es bajo y aparecen como contrarios a la intuición cuando el ajuste es rápido. Esto se debe a que la intuición se concentra en el comportamiento del mercado de bienes: un incremento en la tasa de crecimiento del dinero aumenta la demanda y, por lo tanto, la inflación. Pero siempre hay en los modelos monetarios otra fuente de dinámica...es la dinámica necesaria para lograr el equilibrio de portafolio" (5).

Es más, en algunas especificaciones alternativas de estos modelos de hiperinflación es posible observar que, con el propósito de obviar estos resultados contrapuestos con el razonamiento intuitivo, se recurre a especificaciones ad hoc de la tasa de inflación (6) (7).

El objeto de esta sección es conceptualizar el modelo de hiperinflación desde el punto de vista del equilibrio general de una economía con dos activos: dinero y bienes. Este análisis resulta de utilidad pues permite ensayar una explicación sobre los resultados "no intuitivos" como, asimismo, manifestaría la necesidad de imponer restricciones adicionales a las variables del modelo.

El primer paso consiste en apreciar que el modelo de hiperinflación es un modelo de dos activos: dinero y capital. Por lo tanto la estructura del modelo debe ser consistente con las restricciones que, explícitamente o no, se impongan a las funciones de demanda de activos. Naturalmente el mercado de bienes se encuentra relacionado con el mercado monetario a través de la ley de Walras. La restricción de la riqueza implica que ella es igual a la suma de los saldos monetarios reales y del stock de bienes

existente (G):

$$W = (M/P)^d + G \quad (10)$$

donde W es la riqueza real. Dada la función de demanda de saldos reales (ecuación (1)), las siguientes restricciones sobre las demandas de bienes y dinero se deben cumplir (8):

$$(M/P)_p^d + G_p^d = 0 \quad (11)$$

$$(M/P)_w^d + G_w^d = 1 \quad (12)$$

donde  $(M/P)_p^d$  y  $G_p^d$  son las derivadas de la demanda de dinero y de la demanda de bienes con respecto a la tasa esperada de inflación respectivamente, y donde  $(M/P)_w^d$  y  $G_w^d$  son las derivadas de las demandas de dinero y bienes, respectivamente, con respecto a la riqueza.

De la función de demanda de dinero (1) y la restricción (11) surge que:

$$G^d = a \int e^L - a p e \, dp^e$$

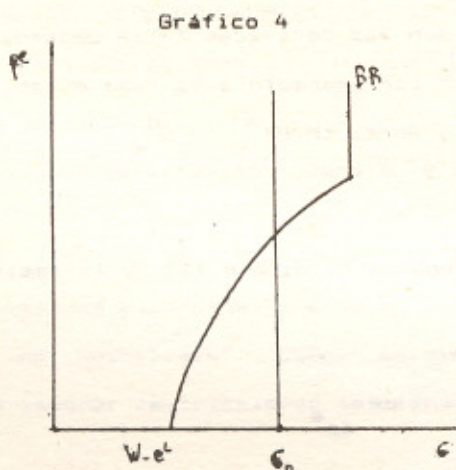
Es decir:  $G^d = - e^L - a p e + C$

donde C es la constante de integración. Empleando (11) y la restricción (implícita en (1)) que  $(M/P)_w^d = 0$ , obtenemos la función de demanda de bienes  $G^d$ :



$$G^d = W - e^L - ape \quad (12)$$

Esta función de demanda de bienes se representa en el Gráfico 4. Los puntos salientes son los siguientes. Cuando la tasa esperada de inflación es nula, la cantidad demandada de bienes es  $W - e^L$ . Cuando la tasa esperada de inflación tiende a infinito, la demanda de bienes tiende a ser igual a la riqueza total  $W$ . Este es un aspecto intuitivamente muy razonable. Notemos, además, que la curva de demanda de bienes  $BB$  se trasladará hacia la derecha cuando se produzca un incremento en  $W$ .



Una característica importante del gráfico 4 es que no es posible a priori establecer cuál será el efecto sobre la demanda de bienes de un incremento nominal en la oferta monetaria. Ello dependerá de lo que ocurra con el nivel de precios ya que el mercado de bienes está conectado al mercado monetario a través de la riqueza en términos reales.

Si, por otra parte, consideramos que la oferta de bienes es

constante al nivel  $\bar{G}_0$  podremos determinar la dinámica de equilibrio del mercado de bienes. Diferenciando (12) e igualando a cero obtenemos:

$$p = m + a \dot{p}^e \quad (13)$$

La ecuación (13), obtenida de la condición de equilibrio del mercado de bienes es la misma ecuación (4 a) que provee el equilibrio monetario. En este sentido el modelo es consistente.

Consideremos ahora cual es la dinámica del ajuste con Expectativas Adaptables y Predicción Perfecta.

Bajo la hipótesis de Expectativas Adaptables, la tasa de inflación es la siguiente:

$$p = 1/(1-aB) (m - aB \dot{p}^e) \quad (14)$$

Notemos que la ecuación (14) puede obtenerse tanto de (4 a) como de (13). Ahora bien, es conveniente definir la evolución temporal de la riqueza total. Si derivamos la misma con respecto al tiempo y continuamos con nuestro supuesto de oferta de bienes exógena obtenemos:

$$W_t = (M/P) (m - p) \quad (15)$$

donde  $W_t$  es la derivada de la riqueza con respecto al tiempo. Si ahora reemplazamos la tasa de inflación dada por (14) en (15) obtendremos:



$$W_t = (M/P) (aB/(1-aB)) (p^e - m) \quad (16)$$

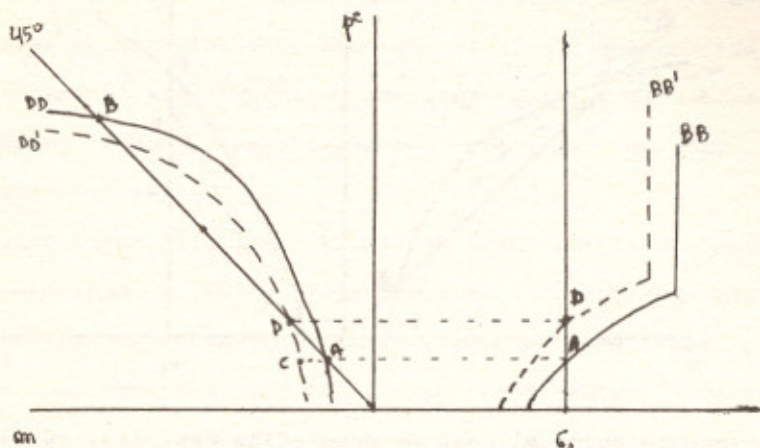
de donde podemos apreciar que la riqueza total aumentará o disminuirá según  $aB$  sea mayor o menor que la unidad y según  $p^e$  sea mayor o menor que la tasa de crecimiento monetaria  $m$ .

Podemos ahora interpretar mejor el proceso de ajuste al equilibrio ante un aumento en la tasa de crecimiento monetario debida, por ejemplo, a un mayor déficit fiscal.

En el gráfico 5 consideramos una situación de equilibrio inicial en el punto A con  $aB < 1$  (por lo que A es un punto estable). El lado derecho del gráfico muestra el equilibrio en el mercado de bienes mientras el lado izquierdo refleja, para el punto A, una situación de financiamiento del déficit compatible con el equilibrio estacionario. Un incremento en el déficit traslada hacia la izquierda la curva DD y la economía se sitúa en el punto C. Para ese punto la tasa de crecimiento monetario es mayor que la tasa de inflación esperada. Dado que  $aB < 1$ , los precios aumentan en mayor proporción que el aumento en  $m$  (ecuación (14)) y la riqueza real disminuye (ecuación (16)). La reducción en la riqueza traslada hacia la izquierda la curva BB, en el proceso de ajuste aumenta la tasa de inflación esperada (la economía se mueve desde C hasta D) hasta que se alcanza la nueva situación de equilibrio en el punto D (de ambas partes del gráfico). Podría afirmarse que existe, entonces, un efecto sustitución por el que el aumento en la tasa esperada de inflación aumenta la demanda de bienes y un efecto riqueza que la reduce. La dinámica provoca que la tasa de inflación y la tasa de inflación esperada evolucionen de tal manera que equilibren el mercado de bienes y, por la ley de Walras, el

mercado monetario.

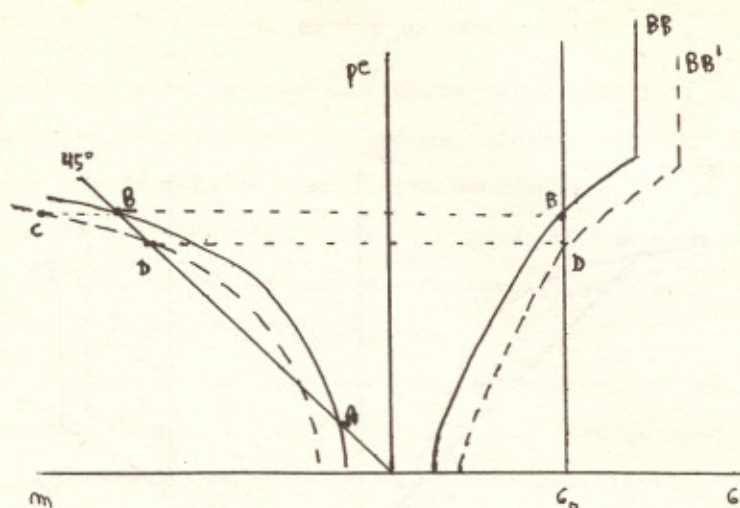
Gráfico 5 ( aB )



En el Gráfico 6 se analiza el ajuste para  $aB >$ . Partiendo del punto B de equilibrio estable un aumento en el déficit fiscal traslada nuevamente DD hacia la izquierda. La hipótesis de Expectativas Adaptadas implica que la economía pasa al punto C para el cual la oferta de dinero crece a una tasa mayor que la esperada de inflación. En la ecuación (14) puede apreciarse que el nivel de precios disminuye y, en (16), que la riqueza real aumenta. El aumento en la riqueza traslada BB hacia la derecha mientras que, por la ecuación (7), la tasa esperada de inflación disminuye. La economía alcanza, finalmente, un nuevo punto de equilibrio estacionario en D.



Gráfico 6 ( aB )



Considerando ahora el caso de **Predicción Perfecta**, la dinámica de la tasa de inflación es determinada por la ecuación (9). Por otra parte, de (9) y (15) resulta:

$$w_t = - (M/P) a p \quad (17)$$

El análisis del ajuste hacia el equilibrio en este caso puede realizarse también con ayuda del gráfico 6. Un aumento del déficit trasladará DD a la izquierda. En este caso la economía puede seguir un proceso de ajuste similar al descrito anteriormente con la salvedad de que, en esta situación, la tasa de inflación esperada y la tasa real de inflación son iguales (ambas se miden en el eje vertical).

Del análisis efectuado es posible deducir dos conclusiones de importancia. En primer término el comportamiento de la riqueza

real parece ser un aspecto crucial a los efectos de estabilizar la economía durante procesos hiperinflacionarios. Este es un aspecto dejado de lado en los análisis quizás debido a que este efecto fue menospreciado en el mismo inicio de la modelización: ..."dos de las variables principales que afectan el nivel deseado (de los saldos monetarios), la riqueza en términos reales y el ingreso real, parecen estar relativamente estables durante las hiperinflaciones" (9).

En segundo lugar, y quizás mucho más importante, del análisis surge la necesidad de imponer restricciones al comportamiento temporal de la tasa de inflación esperada. Esto se debe a que, por ejemplo, la tasa esperada de inflación no puede crecer indefinidamente dado que la economía alcanzará una solución de esquina en la que el dinero sea inexistente en los portafolios. Esto implica que las hiperinflaciones dadas por las premisas 3 y 4 no pueden evolucionar indefinidamente tal como lo sostiene la literatura reciente. Es más, el hecho de que, en el contexto del modelo desarrollado, existan dos tasas diferentes de inflación de equilibrio estacionario puede implicar, para el caso de Expectativas Adaptables con  $aB > 1$  y para el caso de Predicción Perfecta, que el punto de equilibrio estacionario estable esté relacionado con una tasa de inflación esperada (para Expectativas Adaptables) o con una tasa de inflación (para Predicción Perfecta) que implique, precisamente, una solución de esquina. Es de notar que en esta situación la estabilidad de ese punto de equilibrio carece de relevancia analítica.



## NOTAS

- (1) Por "modelo económico de hiperinflación" entendemos aquellos modelos cuya estructura es caracterizada por una función de demanda de dinero que depende de la tasa esperada de inflación y donde el comportamiento dinámico del nivel de precios se basa en los parámetros de dicha función, del mecanismo generador de expectativas y de la regla de creación monetaria.
- (2) Ver M. Bruno y S. Fisher
- (3) Es este el primer caso de hiperinflación de Bruno y Fisher.
- (4) Segundo caso de hiperinflación de Bruno y Fisher.
- (5) Bruno y Fisher, pag. 12
- (6) Así, por ejemplo, Evans y Yarrow postulan una tasa de inflación definida en el espíritu de la síntesis clásico keynesiana.
- (7) Una forma alternativa de compatibilizar el modelo con el razonamiento intuitivo puede verse en Sargent y Wallace.
- (8) Ver Tobin
- (9) P. Cagan, pag 7

### BIBLIOGRAFIA

- 1) M. BRUNO Y S. FISHER, "Seigniorage, operating rules and the high inflation trap", October 1987
- 2) G. ESCUDE, "Dinámica de la inflación en un modelo de equilibrio de cartera con ingresos fiscales endógenos" Anales de la AAEP, Mendoza, 1985
- 3) J. EVANS Y G. YARROW, "Some implications of alternative expectations hypotheses in the monetary analysis of hiperinflations" Oxford Economic Papers, 33, 1981
- 4) P. CAGAN, "Dinámica monetaria de la hiperinflación", BID, CEMLA, 1971
- 5) T. SARGENT Y N. WALLACE, "The stability of models of money and growth with perfect foresight", Econometrica, 41, 1973
- 6) J. TOBIN, "The general equilibrium approach to monetary theory", Journal of Money, Credit and Banking, 1, 1969