PRECIOS ABSOLUTOS, RELATIVOS

Y

EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL

Eduardo Antonelli (*)

(*) UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA - CONSEJO DE INVESTIGACION

INDICE

1. Resumen

El trabajo propone algunas objeciones a la formulación tradicional de los modelos walrasianos, en tanto la misma, o bien presenta ambiguedades respecto al tratamiento que ha de darse al numerario cuando éste simultáneamente cumple las funciones de tal y de ser una mercancía más, o bien no es posible resolverlo, si es que el numerario no forma parte de los m bienes reales, esto es, cuando el numerario es un bien m + 1 ad-hoc, que no se demanda como bien real.

En este último caso-m bienes reales, y un bien m + 1 ad hoc, en términos del cual se expresan los precios de los otros m- el intento de resolver el modelo vía "precios relativos" -dividiendo el conjunto de ecuaciones-demanda por una de ellas- no es legítimo, ya que tales ecuaciones si bien son *linealmente* independientes, no lo son desde el punto de vista del Cálculo Diferencial, con lo que los precios absolutos siguen figurando en la función objetivo.

No obstante lo anterior, el planteo walrasiano de equilibrio general *no* está en discusión, pudiéndose obtener una solución al modelo mediante el levantamiento de la restricción habitual consistente en que los individuos gastan la totalidad de sus ingresos. Tal restricción no es necesaria(ya que se la obtiene en su resolución) y en cambio, al levantar las incógnitas pueden sí determinarse.

La salida propuesta consigue valores para precios "absolutos", en lugar de "relativos", no obstante lo cual el resultado logrado es doblemente interesante: en primer lugar, el modelo se descubre satisfactorio matemáticamente; en segundo lugar, los precios que se obtienen son de la misma naturaleza que el modelo postula, con lo que se otorga elegancia formal a la solución alcanzada.

2. Aspectos Metodológicos

a) Los Precios y el Numerario

En los modelos de equilibrio general (MEG), el valor de los bienes se ha de expresar en términos de algo [1/]: australes, gramos de sal, o las unidades de otro bien cualquiera que resulte apropiado [2/]. Lo que se elija con tal propósito, se denomina *numerario*, y los bienes de la economía, se expresan en términos del mismo.

El operador por medio del cual, un bien cualquiera pasa a medirse en unidades del numerario, se llama en Economía *precio*, y por este motivo los precios resultan una *relación* de cambio entre los bienes y el numerario.

Si en una economía se producen m bienes, y uno de ellos se elige como numerario (por ejemplo el último), es necesario determinar las cantidades de esos m bienes, pero sólo m - 1 precios, ya que, por la definición de precio, éste es una relación de cambio, y aplicada la definición al propio numerario, su precio necesariamente es la unidad: $P_m = 1$.

b) Bienes Reales y Monetarios. Precios Relativos y Absolutos

En economía es importante marcar la diferencia entre los bienes que son objeto de transacciones (automóviles, alimentos) de aquél que sirve tradicionalmente de medio de cambio para hacer efectivas esas transacciones ("dinero"); a los primeros se les llama bienes reales, y a los últimos bienes *monetarios*.

Cuando se hace referencia a un precio, lo más común es que éste denote una relación de cambio entre un bien monetario y uno real, en tal caso se dice que aquél es un precio *absoluto*; si, en cambio se comparan (dividiendo entre sí) los precios absolutos de dos bienes, se dice que se tiene un precio *relativo*.

Cuando los precios de todos los bienes son absolutos, esto es equivalente a afirmar que los precios están expresados en términos de un bien monetario; si todos los precios absolutos están divididos por el precio absoluto de uno de ellos, quedan expresados en unidades del bien por el cual se dividieron (si el divisor es la sal, todos los precios se miden en sal).

Otra forma de hacer alusión a los precios absolutos, es escribir el conjunto: $P_1, P_2, \ldots, P_m, 1$, siendo m + 1 el bien monetario y los m restantes, bienes reales; naturalmente, se sabe que es $P_{m+1} = 1$. Los precios relativos, en términos del bien m resultarían:

$$\frac{P_1}{P_m}, \frac{P_2}{P_m}, \ldots, \frac{P_{m-1}}{P_m}, 1, \frac{1}{P_m} \quad \text{ya que } \frac{P_m}{P_m} = 1$$

Si m es la sal, entonces P_1/P_m, etc. se expresarán en unidades de sal, lo que equivale a un cambio de numerario por unidad del bien 1, 2, etc.

No es correcto afirmar que un precio relativo es una relación de cambio, y que un precio absoluto no lo es: ambos vinculan un numerario con un bien, en un caso (precio absoluto) el numerario es el dinero y en el otro (precio relativo) es la sal. (La propia denominación de "absolutos" y "relativos", desde luego, no es feliz, ya que ambos pueden ser absolutos, si lo que se quiere remarcar, es que hacen referencia al numerario en que se los expresa; o los dos relativos, si por relativo se entiende relación de cambio).

3. El Modelo Walrasiano de Intercambio

a) Supuestos

Los supuestos que se requieren formular, son los siguientes:

. hay n individuos y m bienes en la economía.

. cada uno de los n individuos dispone de una cantidad limitada de los m bienes antes del intercambio.

. los precios de los m bienes se expresan: a) en un primer caso, en términos de uno de los m bienes; más precisamente, del último en el orden (el m); b) en una segunda y tercera formulaciones, los precios se expresan en términos de un bien distinto de los m originales; se trata de un bien m+1 al que se le llamará "dinero".

. los individuos intentan hacer máxima su utilidad.

. se cumplen todos los requisitos formales no hechos expresos, en cuanto a la existencia de soluciones económicamente significativas [3/].

. cada individuo expresa su utilidad en unidades que le son propias y vincula aquélla con el valor de los bienes a través de un operador que se simboliza λ_i. No hay ninguna razón por la cual λ_i deba ser la misma para todos los individuos ni es necesario suponerlo así.

. el modelo, en todos los casos, es de intercambio puro (si bien son perfectamente aplicables, tanto las objeciones como la alternativa que se propone, a un modelo con producción y distinción entre insumos y productos. Véase (3) en Bibliografía).

b) <u>Simbología</u>

Los símbolos significan lo siguiente:

Ω_i : función lagrangiana para el individuo i. Ω se expresa en las unidades en que mide la utilidad cada individuo.

U_i : función de utilidad del individuo i. U se mide en las unidades de utilidad que cada individuo emplea (UU_i).

λ_i : operador individual de transformación de UU_i en unidades del numerario (UN) [4/].

P_j : precios de los bienes, en UN/unidad del bien.

$\bar{Z}_{ij}$: cantidades de los bienes de que disponen antes del intercambio los individuos (son datos, naturalmente). Se miden en las unidades de los bienes 1, 2, etc.

Z_{ij} : cantidades demandadas por los individuos en unidades de 1, 2, etc. por unidad de tiempo (t).

Z^j : oferta total de cada bien.

Z_j : demanda total de cada bien.

C_i^* : gasto de los individuos en la adquisición de bienes. Se mide en UN/t.

Y_i^* : ingreso de los individuos por la venta de bienes, en UN/t.

c) <u>Las Ecuaciones del Modelo</u>

Los MEG walrasianos [5/] se plantean formalmente, del siguiente modo (siendo $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, m$):

$$(1)\quad \Omega_i = U_i + \lambda_i \sum_{j=1}^{m} P_j (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij})$$

$$(2)\quad U_i = U_i (Z_{ij})$$

$$(3)\quad \frac{\delta \Omega_i}{\delta Z_{ij}} = \frac{\delta U_i}{\delta Z_{ij}} - \lambda_i P_j = 0$$

$$(4)\quad \frac{\delta \Omega_i}{\delta \lambda_i} = \sum_j P_j (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij}) = 0$$

$$(5)\quad Z^j = \sum_{i=1}^{n} \bar{Z}_{ij}$$

$$(6)\quad Z_j = \sum_i Z_{ij}$$

$$(7)\quad Z^j = Z_j$$

Las ecuaciones (1), son las funciones lagrangianas de los individuos. Aquéllas han de ser maximizadas, sujetas a las restricciones presupuestarias de éstos.

(2) las funciones de utilidad de cada individuo.

(3) y (4) proporcionan las curvas de demanda y el agotamiento del valor de los recursos en la adquisición de bienes, respectivamente, que son consecuencia de la derivación de (1) respecto a Z_{ij} y λ_i.

(5) indica la oferta total de cada uno de los bienes.

(6) hace referencia a la demanda total por cada uno de los bienes.

(7) las condiciones de equilibrio del modelo.

d) Resolución

La cantidad de ecuaciones e incógnitas es:

Ecuaciones		Incógnitas	
(1):	n	Ω_i	: n
(2):	n	U_i	: n
(3):	mn	λ_i	: n
(4):	n	P_j	: m
(5):	m	Z_{ij}	: mn
(6):	m	Z^j	: m
(7):	m	Z_j	: m
Total =	3m+3n+mn	Total =	3m+3n+mn

El modelo exhibe 3m+3n+mn ecuaciones, que es también el número de incógnitas. Una de las ecuaciones sin embargo, no es independiente de las demás 6/ con lo que puede eliminarse, lo que reduce en una el número de ecuaciones; no obstante, ya se ha dicho que:

(8) $P_m = 1$

puesto que m es el numerario, con lo que el modelo es, en definitiva determinado.

e) Limitaciones del Modelo

El modelo, tal como se lo presentó en el punto anterior permite obtener las cantidades y precios que aparecen como incógnitas. Los precios, por su parte, son precios "absolutos" 7/ significando con ello que no han sido obtenidos como cociente de dos de los mismos; esto es, el modelo se resuelve para los m-1 precios distintos del precio del numerario ($P_m = 1$ por (8)).

No obstante, el modelo de c) resulta confuso, al no quedar en claro cómo ha de interpretarse $\frac{\partial U_i}{\partial Z_{im}} = \lambda_i$; esto es, no queda claro si ésta es una demanda por m como numerario, o como bien real. Asimismo, al escribir la restricción presupuestaria: $P_1\bar{Z}_{i1} + P_2\bar{Z}_{i2} + \ldots + \bar{Z}_{im} = P_1Z_{i1} + P_2Z_{i2} + \ldots + Z_{im}$ ¿Cómo debe entenderse la disponibilidad de recursos del individuo? ¿Cómo se relaciona $\bar{Z}_{im}$ con $\sum_{j=1}^{m-1} P_j\bar{Z}_{ij}$? En resumen, la situación de Z_m como numerario, pero figurando asimismo en los bienes que el individuo dispone y demanda, torna oscura la formulación.

Una presentación alternativa [8/] que intenta sortear las dificultades anteriores, propone que en el MEG hay m bienes reales y precios, referidos estos últimos a un bien m+1, que cumple el papel de numerario. El modelo formal no se diferencia del de c):

$$(1)\ \Omega_i = U_i + \lambda_i \sum_{j=1}^{m} P_j\ (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij})$$

$$(2)\ U_i = U_i\ (Z_{ij})$$

$$(3)\ \frac{\delta\Omega_i}{\delta Z_{ij}} = \frac{\Omega U_i}{\delta Z_{ij}} - \lambda_i P_j = 0$$

$$(4)\ \frac{\delta\Omega_i}{\delta\lambda_i} = \sum_j P_j\ (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij}) = 0$$

$$(5)\ Z^j = \sum_{i=1}^{n} \bar{Z}_{ij}$$

$$(6)\ Z_j = \sum_i Z_{ij}$$

$$(7)\ Z^j = Z_j$$

El modelo como se decía, tiene la misma estructura formal que el del punto c) solo que ahora los P_j no se miden en términos de uno de los j bienes, sino en unidades de un bien m+1. Como antes, hay 3m+3n+mn ecuaciones, y esa cantidad, asimismo, de incógnitas; como en c) también, hay una ecuación redundante. No obstante, en este caso el modelo no se puede resolver, ya que si se agrega la ecuación:

(8) $P_{m+1} = 1$

el modelo incorpora una ecuación más, pero también una incógnita adicional:

P_{m+1}

Un MEG así planteado, no se enfrenta a las objeciones señaladas en el punto c), pero no se puede resolver. Las alternativas propuestas con ese propósito, por su parte, y según veremos a continuación, no consiguen una respuesta satisfactoria al problema.

Una variante, ensayada por Weintraub [9/] consiste en postular lisa y llanamente que una de las incógnitas -por ejemplo un precio- es conocido. Naturalmente, tal esquema es enteramente arbitrario, y no conforma como tal una verdadera solución.

La otra alternativa [10/] intenta, por así decirlo, matar dos pájaros de un solo tiro. En lugar de escribir el modelo como en e), se listan solamente las ecuaciones a partir de (3), dividiéndose luego este conjunto por una ecuación cualquiera de este sistema (como hay un sistema para cada individuo, deberá dividirse cada conjunto de (3) por una ecuación, obviamente lo que contenga en todos los casos el mismo precio; por ejemplo m); al hacerlo así, se elimina una ecuación (en cada sistema) y -presuntamente- dos incógnitas: λ_i y otra al constituirse un nuevo vector de precios, con m-1 en lugar de m componentes, ya que del conjunto original de precios "absolutos":

$P_1 P_2 \ldots P_m$, se pasaría al nuevo conjunto de precios "relativos"

$p_1 = \frac{P_1}{P_m}$; $p_2 = \frac{P_2}{P_m}$; ... $p_{m-1} = \frac{P_{m-1}}{P_m}$; $p_m = \frac{P_m}{P_m} = 1$ El modelo, entonces,

quedaría:

$$(3\ \text{bis})\quad \frac{\frac{\partial U_i}{\partial Z_{ij}}}{\frac{\partial U_i}{\partial Z_{im}}} = \frac{P_j}{P_m} = p_j;\ j = 1, 2, \ldots, m-1$$

$$(4\ \text{bis})\quad \frac{1}{P_m}\frac{\partial \Omega_i}{\partial \lambda_i} = \sum_j p_j\,(\bar{Z}_{ij} - Z_{ij}) + (\bar{Z}_{im} - Z_{im}) = 0;\ j = 1, 2, \ldots m-1$$

$$(5)\quad Z^j = \sum_{i=1}^{n} \bar{Z}_{ij}$$

$$(6)\quad Z_j = \sum_i Z_{ij}$$

$$(7)\quad Z^j = Z_j$$

El balance de ecuaciones e incógnitas da:

	Ecuaciones		Incógnitas
(3 bis):	(m-1)n	p_j:	m-1
(4):	n	-	-
(5)	m	Z^j :	m
(6)	m	$Z_j + Z_{ij}$:	m+mn
(7)	m	-	-
Total	3m+mn		3m+mn-1

En total habría ahora 3m+mn ecuaciones, a las que hay que restarle una que se elimina por ser combinación lineal de las demás, con lo que efectivamente quedan: 3m+mn-1, que coincide con el número de incógnitas.

Ahora bien; esta solución merece varias objeciones en el plano formal, y una en el fáctico; éstas son:

* Objeciones Formales:

. No es legítimo escribir el modelo a partir de (3) ya que (3) y (4) si bien son *linealmente* independientes, no lo son desde el punto de vista del Cálculo Diferencial, esto es, (3) y (4) *no existen* sin (1) y (2). Pero si se agregan (1) y (2), entonces ya no sirve la solución propuesta, puesto que reaparecen en (1) las incógnitas λ_i y P_j (j = 1, 2, ...; m; si se divide por λ_i y P_m, estas incógnitas figurarán también en el primer miembro, lo que si bien no es problemático en (4 bis), si lo es en (1), ya que su primer miembro $\neq 0$).

. Aun si no estuviera presente la objeción anterior, no es cierto que escribiendo el modelo desde las ecuaciones (3), el número de incógnitas sea $3m + mn - 1$; en efecto, en el modelo figura, además:

(8) $P_{m+1} = 1$

Ahora, debería escribirse:

(8.1) $p_m = 1$

(8.2) $p_{m+1} = \frac{1}{P_m}$

Pero al hacerlo así se han agregado en (8.1) - (8.2) tres incógnitas p_m, p_{m+1} y P_m, en tanto sólo se habrían añadido al modelo dos ecuaciones; esto es, vuelve a indeterminarse el sistema.

. Por fin, aun si no estuvieran de por medio los cuestionamientos anteriores, la "solución" anterior es insatisfactoria ya que obtiene un conjunto de incógnitas (p_j) *que no forman parte del problema original* (y como tal, dicho conjunto es irrelevante) en tanto las que se someten a prueba (P_j), no encuentran respuesta alguna. En otras palabras, la "solución", aun si fuera válida, resulta intrascendente (no se pidieron valores para p_j) 11/.

* Objeción Fáctica

La Economía es una ciencia fáctica; esto es, al igual que la Física o la Biología, su objeto de estudio lo constituyen situaciones de la vida real y no simples entelequias desprovistas de contenido concreto, como aquéllas de las que se ocupan la Matemáticas, por ejemplo. Ahora bien; ¿cómo se justifica desde esta perspectiva una "solución" que implica que la economía que describe el modelo (3 bis) - (8 bis) opera con *dos* numerarios? Porque se ha dicho que los P_j ($j = 1, 2, \ldots, m$) precios se expresan en unidades de un bien ad-hoc m+1; pero al dividir todos los P_j precios por P_m, lo que se hace es disponer de un nuevo numerario: el bien m, ya que todos los precios se miden ahora en unidades de m.

4. Una Formulación Alternativa del Modelo Walrasiano

Las cuestiones planteadas en el punto anterior no apuntan a descalificar la concepción walrasiana como tal sino los métodos de solución utilizados; en efecto, es posible formular un MEG walrasiano cuyas soluciones estén libres de las objeciones anteriores. Para ello basta con flexibilizar la condición que exige que los individuos gasten todo su ingreso ($\sum_j P_j Z_{ij}$) en los bienes existentes en la economía; evidentemente, es aquélla una exigencia muy restrictiva amén de innecesaria, ya que al imponerse el requisito de que la oferta iguale la demanda, a fortiori para cumplirla deberán constituir los ingresos un monto igual a los gastos.

El modelo alternativo, resulta:

a) Ecuaciones del Modelo

(1) $\Omega_i = U_i + \lambda_i \left(C_i^* - \sum_j P_j Z_{ij}\right)$

(2) $U_i = U_i \left(Z_{ij}\right)$

(3) $\dfrac{\partial \Omega_i}{\partial Z_{ij}} = \dfrac{\partial U_i}{\partial Z_{ij}} - \lambda_i P_j = 0$

(4) $\dfrac{\partial \Omega_i}{\partial \lambda_i} = C_i^* - \sum_j P_j Z_{ij} = 0$

(5) $Y_i^* = \sum_j P_j \bar{\bar{Z}}_{ij}$

(6) $C_i^* = (C_i^*)_o$

(7) $Z^j = \sum_i \bar{\bar{Z}}_{ij}$

(8) $Z_j = \sum_i Z_{ij}$

(9) $Z^j = Z_j$

b) Resolución

El recuento de ecuaciones e incógnitas, da:

Ecuaciones			Incógnitas		
(1):	n		Ω_i	:	n
(2):	n		U_i	:	n
(3):	mn		λ_i	:	n
(4):	n		C_i^*	:	n
(5)	n		P_j	:	m
(6):	n		Z_{ij}	:	mn
(7):	m		Y_i^*	:	n
(8):	m		Z^j	:	m
(9):	m		Z_j	:	m
Total =	3m+5n+mn		Total =		3m+5n+mn

Naturalmente, la estructura formal de ambos modelos es similar. E-xisten, empero, dos diferencias muy importantes:

i) la primera es que no se exige que los individuos gasten todo su ingreso en la adquisición de bienes (en el presente modelo se asigna un símbolo a los ingresos y gastos por conveniencia. No obstante, en esto no estriba la diferencia con el MEG original; obviamente, allí, en lugar de (6), se escribiría (6 bis) $Y_i^* = C_i^*$).

ii) la segunda diferencia -consecuencia de i)- es que no hay en este MEG una ecuación que sea combinación lineal de las demás, con lo que el modelo puede resolverse tal como se lo presenta.

Obsérvese que no se ha efectuado ningún supuesto distinto respecto de los que sustentan el MEG de 3). Con respecto a la ecuación (6), que constituye la línea divisoria entre ambos modelos, evidentemente tiene más fuerza sostener que los individuos, al maximizar su utilidad, arrancan con una idea respecto de lo que están dispuestos a gastar $-C_i^* = (C_i^*)_o-$, que proponer que gastarán *todos* sus ingresos (cosa que en definitiva han de hacer -en conjunto- si se cumple (9)).

Adviértase que el modelo permite, como se decía, una solución, la que a su turno incluye las mismas variables que forman parte del problema original; esto es, el modelo se resuelve dando respuestas a los interrogantes (incógnitas) originales, sin necesidad de artificios tales como obtener precios *relativos* (en realidad, son también precios absolutos, sólo que referidos a un numerario diferente de aquél del cual se partió) solución que como se vio, amén de ilegítima, es insatisfactoria, ya que consiste en proponer una solución que no se solicita (p_i) y en dejar sin resolver los interrogantes que *sí* se plantean (P_j).

Por fin, téngase presente que *si se desea* efectuar comparaciones entre bienes directamente (esto es, obviar los precios "absolutos"), no hay nada que lo impida: si el consumidor i-ésimo está interesado en conocer la relación de cambio entre los distintos bienes y uno de ellos en particular, puede hacerlo, aplicando el procedimiento consistente en dividir el conjunto (3), por una de las ecuaciones del sistema (también puede efectuar comparaciones con su propio ingreso si éste, como el salario, se mide en unidades monetarias por unidad de tiempo y calcular cuántas horas le demanda adquirir los bienes que compra). No obstante es bien distinta esta situación de la que se analizaba en 3.e): aquí los precios P_j *ya están determinados* con lo que el procedimiento (de dividir en (3) por uno de los precios) agrega efectivamente información a lo que ya se conoce; en cambio, en (3 e). Tal procedimiento se utiliza para resolver el modelo con lo que el mismo no posibilita incorporar más conocimiento del que constituye la situación original.

5. Conclusiones

Se han hecho esfuerzos en el presente trabajo por mostrar que un MEG walrasiano, en su presentación tradicional, o bien no tiene solución, o la que consigue conlleva inconsistencias que tornan la solución hallada inviable. También se destacó que el intento de solución vía precios "relativos" no era satisfactoria por cuanto el procedimiento no conseguía eliminar las incógnitas adicionales, con lo que ese tipo de solución no resultaba conveniente.

Lo anterior, empero, no supone descalificar a los MEG walrasianos; éstos efectivamente alcanzan una solución que obvia las críticas mencionadas por medio de una flexibilización que no exija a priori que los individuos gasten todo su ingreso. Tal solución, no determina precios "relativos", sino absolutos, dándose en consecuencia la situación que los precios obtenidos son los mismos que el problema plantea, y no un cociente entre el conjunto original, y uno de los precios de los bienes.

Esta solución es interesante, no sólo porque proporciona una salida a las inconsistencias señaladas sino también porque otorga una respuesta específica a la naturaleza del problema, tal cual éste se plantea; esto es, determina un conjunto de precios $P_1\ P_2 \ldots P_m$, habiéndose partido de un modelo que formula precisamente ésas incógnitas; y no un vector $p_1, p_2, \ldots, p_m, p_{m+1}$, que no forma parte del problema original (y que además no se resuelve por entero, ya que p_{m+1} queda sin determinar).

Por último, no es menos importante encontrar respuestas en línea con el carácter fáctico de la Economía ¿Puede resultar satisfactorio descubrir que un modelo propone una economía que opera con *dos* numerarios? Sin duda, tal resultado no tiene ningún sentido práctico; no obstante no otra cosa resulta del conjunto $p_1, p_2, \ldots, p_m, p_{m+1}$; aquí tanto el bien m+1, como el m constituirían numerarios de la hipotética economía que describiera un MEG que intentara resolverse vía precios "relativos".

6. Notas

1/ Esto es cierto, tanto si el MEG es walrasiano, como si es de otro tipo. El modelo de (12), por ejemplo en Bibliografía - también emplea un numerario.

2/ En todo el trabajo, el dinero (el bien ad-hoc - ₳, $, etc. -o cualquier otro que se emplee como tal) sólo cumple funciones de medio de cambio y unidad de cuenta.

3/ Para la formulación de las restricciones completas, véase (1), (6), (8) y (11).

4/ λ_i es frecuentemente denotado como "la utilidad marginal del ingreso" (aquí habría que acotar: "para el individuo i"). Si se desea considerar de esta forma a λ_i, puede hacérselo. Sin embargo esta interpretación tiene sus inconvenientes ya que si el numerario figura entre los m bienes, no es claro si λ_i debe interpretarse como una demanda por el numerario en su condición de medio de cambio, o de una mercancía más. Además, la demanda total por el numerario, en línea con la Teoría Cuantitativa, es: $\sum_{j=1}^{m} P_j Z_j$ (demanda-flujo que puede transformarse en stock, velocidad de circulación del dinero mediante).

5/ Se sigue aquí a (1) y (9), principalmente.

6/ Empleando (5)-(7) y todas las ecuaciones (4) excepto una cualquiera, puede obtenerse precisamente la que no se empleó.

7/ Véase b).

8/ (8) y (14), por ejemplo.

9/ (14) en Bibliografía.

10/ (8) en Bibliografía.

11/ Lo dicho anteriormente, bajo ningún concepto supone una crítica al procedimiento tradiconal del Equilibrio del Consumidor (o de la Firma) que adquiere de los dos (supuestamente) únicos bienes, cuando optimiza su utilidad, igualando el cociente de utilidades marginales a la razón de los precios (absolutos) de tales bienes. En este caso, es evidente que al consumidor no le interesa el "nivel" de los precios, sino la simple relación de cambio de éstos. No obstante, es bien distinta la situación en un MEG: sin perjuicio de las comparaciones que siempre pueden hacerse entre dos bienes cualesquiera (esto es, los precios "relativos" que se establezcan entre dos bienes), al dividir *todos* los precios (absolutos) por uno de ellos, no se ha ganado nada en especial en información -a diferencia del caso del Equilibrio del Consumidor-, y en cambio se ha establecido un nuevo numerario en la economía.

7. Bibliografía

(1) Allen, R.G.D. "Economía Matemática". Aguilar, Madrid, 1965.

(2) Antonelli, E. "Economía Postkeynesiana y Equilibrio Económico General" Anales de la XXII Reunión Anual AAEP, Cba., UNC Fac. Cs. Económicas, noviembre 1987.

(3) ———— "El Equilibrio General III". UNSa., R.D. N° 37 Area Económica, FCE, junio 1987.

(4) Bunge, M. "La Ciencia, su Método y su Filosofía". Siglo Veinte, Bs. As., 1977.

(5) ———— "Economía y Filosofía". Tecnos, Madrid, 1982.

(6) Dorfman, R.; Samuelson, P.A. y Solow, R. "Programación Lineal y Análisis Económico". Aguilar, Madrid, 1972.

(7) Ferguson, C.E. "Teoría Microeconómica". FCE, México, 1971.

(8) Henderson, J.M. y Quandt, R.E. "Teoría Microeconómica". Ariel, Barcelona, 1972.

(9) Hicks, J. "Valor y Capital". FCE, México, 1976.

(10) Keynes, J.M. "Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero" FCE, México, 1974.

(11) Lange, O. "Teoría General de la Programación". Ariel, Barcelona, 1971.

(12) Sraffa, P. "Producción de Mercancías por medio de Mercancías". Oikos-Tau, Barcelona, 1976.

(13) Ward, B. ¿Qué le Ocurre a la Teoría Económica? Alianza, Madrid, 1983.

(14) Weintraub, R. "Teoría del Equilibrio General". McMillan - Vicens Vives. Barcelona, 1978.